

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise de tensões em estruturas tubulares pelo método  
dos elementos finitos

Aluno: Gustavo Porto Florido  
Orientador: Roberto Ramos Jr.

São Paulo  
2009

ESCOLA POLITÉCNICA DA UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

Análise de tensões em estruturas tubulares pelo método  
dos elementos finitos

Relatório do trabalho de formatura apresentado à  
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo  
para obtenção do diploma de Engenheiro  
Mecânico

Aluno: Gustavo Porto Florido  
Orientador: Roberto Ramos Jr.

São Paulo  
2009

**Florido, Gustavo Porto**

**Análise de tensões em estruturas tubulares pelo método dos elementos finitos / G.P. Florido. – São Paulo, 2009.  
p. 102**

**Trabalho de Formatura - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Departamento de Engenharia Mecânica.**

**1. Tubos flexíveis 2. Dutos 3. Método dos elementos finitos  
I. Universidade de São Paulo. Escola Politécnica. Departamento de Engenharia Mecânica II. t.**

## **RESUMO**

O objetivo deste projeto consiste na análise estrutural de estruturas tubulares do tipo pipe-in-pipe e do tipo riser através do método dos elementos finitos, utilizando os softwares PATRAN para a geração da geometria e o software MARC para a análise estrutural não-linear envolvendo contato entre superfícies. Os dutos pipe-in-pipe são compostos por dois dutos concêntricos de aço e por uma camada anular de polipropileno, o que confere, simultaneamente, resistência estrutural e térmica ao duto. Já um duto flexível é composto por cinco camadas estruturais: uma carcaça intertravada, duas armaduras de aço formada por tendões helicoidais e duas camadas de plástico. Essa configuração faz com que o duto flexível seja muito deformável quando submetido à flexão, mas forte e rígido em resposta às pressões interna e externa, tração e torção.

O produto desenvolvido é um tutorial específico para a modelagem dos dutos no Patran e para sua análise através do Marc. Neste contexto foram estudadas configurações distintas de carregamento para cada duto. As não-linearidades decorrentes do contato e atrito entre as diversas camadas concêntricas também foram consideradas nas análises por elementos finitos. Os resultados obtidos foram confrontados com soluções analíticas, a fim de se validar os modelos simulados em elementos finitos.

## **ABSTRACT**

The objective of this project is the structural analysis of pipe-in-pipe and flexible pipes pipelines through the finite element method using the softwares PATRAN to generate the geometry and the software MARC for the nonlinear structural analysis involving contact between adjacent layers. The pipe-in-pipe pipelines consist basically of two concentric steel tubes and an annular polypropylene layer, what provides, simultaneously, structural and thermal resistance. The flexible pipe presents five structural layers: an interlocked steel carcass, two tensile helical armor layers and two plastic sheaths. This configuration makes the flexible pipe highly deformable in bending, but strong and stiff in response to both internal and external pressure, tension and torque.

The developed product is a specific tutorial for the pipelines' modeling in Patran and theirs analysis through Marc. In this context different load configurations were studied for each kind of pipeline. The nonlinearities caused by contact and friction between the several layers were also considered in the finite elements analyses. The obtained results were then compared with analytical solutions to validate the simulated models.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Ilustração de riser (Estefen) .....	6
Figura 2: Esquema de pipe-in-pipe .....	6
Figura 3: Imagem de um corte de um tubo flexível (Custódio & Vaz, 2002) .....	8
Figura 4: Perfil de uma carcaça intertravada (Ramos Jr <i>et al</i> , 2008).....	8
Figura 5: Menu de entrada .....	15
Figura 6: Área de trabalho do Patran .....	17
Figura 7: Modelo com elementos axissimétricos.....	18
Figura 8: Seção transversal de um cabo umbilical (Saevik & Bruaseth, 2005).....	19
Figura 9: Desenho do pipe-in-pipe.....	19
Figura 10: Menu para gerar superfícies .....	21
Figura 11: Geometria do elemento axissimétrico .....	22
Figura 12: Menu de seleção de grupos.....	23
Figura 13: Menu de discretização da malha.....	24
Figura 14: Duto discretizado .....	25
Figura 15: Menu de geração de malha .....	26
Figura 16: Malha gerada para um duto .....	26
Figura 17: Malha gerada para todos os dutos.....	27
Figura 18: Menu de verificação de contato.....	27
Figura 19: Contato devidamente configurado.....	28
Figura 20: Menu de geração de condição de contorno .....	29
Figura 21: Menu de configuração de seleção.....	30
Figura 22: Seleção da região de engastamento .....	30
Figura 23: Engastamento visível no modelo .....	31
Figura 24: Deslocamento prescrito na extremidade livre .....	31
Figura 25: Aresta de atuação da pressão externa .....	32
Figura 26: Pressão e deslocamentos definidos.....	32
Figura 27: Seleção da área de contato.....	33
Figura 28: Exibição do contato .....	33
Figura 29: Menu de definição de materiais.....	34
Figura 30: Definição das propriedades do material .....	35
Figura 31: Menu de atribuição de propriedades.....	35

Figura 32: Formulário de propriedades.....	36
Figura 33: Menu da análise .....	37
Figura 34: Tabela de contatos .....	38
Figura 35: Monitoramento da análise .....	39
Figura 36: Geometria do duto tridimensional .....	40
Figura 37: Malhas do duto tridimensional .....	40
Figura 38: Menu de revolução .....	41
Figura 39: Malha tridimensional.....	42
Figura 40: Menu de >MPC<.....	43
Figura 41: Ligação rígida entre centro e elementos da seção transversal .....	43
Figura 42: Menu de seleção .....	44
Figura 43: Vínculo na malha tridimensional.....	45
Figura 44: Área de atuação da pressão externa.....	46
Figura 45: Área de atuação da pressão interna.....	47
Figura 46: Pressões interna e externa atuando .....	47
Figura 47: Seleção de superfície de contato.....	48
Figura 48: Superfícies de contato definidas .....	48
Figura 49: Propriedades do Riser (Ramos Jr. <i>et al</i> , 2008) .....	49
Figura 50: Vista lateral de um tendão .....	51
Figura 51: Perfil das camadas plásticas e da carcaça intertravada.....	53
Figura 52: Segmentação da linha longitudinal.....	53
Figura 53: Segmentação da circunferência .....	54
Figura 54: Linha helicoidal .....	55
Figura 55: Perfil do tendão a ser extrudado .....	55
Figura 56: Sólido da armadura interna.....	56
Figura 57: Linha helicoidal invertida.....	56
Figura 58: Sólido da armadura externa .....	57
Figura 59: Todos os elementos da geometria do modelo de riser.....	57
Figura 60: Camadas axissimétricas discretizadas .....	58
Figura 61: Camadas axissimétricas revolucionadas.....	58
Figura 62: Rotação do tendão modelo .....	60
Figura 63: Malha dos tendões da armadura interna .....	60

Figura 64: Malhas de todas camadas do riser .....	61
Figura 65: Definição de um tendão como sólido de contato.....	62
Figura 66: Tabela de contato para o riser .....	63
Figura 67: Volume "V" qualquer .....	65
Figura 68: Modelo de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos.....	70
Figura 69: Sistema de coordenadas cilíndrico .....	71
Figura 70: Modelo do pipe-in-pipe .....	71
Figura 71: Modelo de carregamento de flexão .....	78
Figura 72: Simplificação do carregamento de flexão .....	78
Figura 73: Seção antes e depois da deformação.....	79
Figura 74: Flexão pura no tendão helicoidal.....	81
Figura 75: Deformação da haste helicoidal sob flexão pura.....	84
Figura 76: Deslocamentos nas extremidades da mola helicoidal.....	86
Figura 77: Tensão axial para tração pura .....	98
Figura 78: Tensão radial para tração pura.....	98
Figura 79: Tensão axial para tração mais pressões .....	99
Figura 80: Tensão radial para tração mais pressões.....	99
Figura 81: Tensão axial para flexão pura.....	100
Figura 82: Deslocamento em y de mola com seção transversal circular (M= 1000 N.mm) .....	101
Figura 83: Deslocamento em x de mola com seção transversal circular (M= 1000 N.mm) .....	101
Figura 84: Deslocamento em y de mola com seção transversal circular (M= 1000 N.mm) .....	102
Figura 85: Deslocamento em x de mola com seção transversal circular (M= 1000 N.mm) .....	102



## SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO .....	6
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	11
3	MODELAGEM.....	15
3.1	Duto sanduíche (pipe-in-pipe).....	15
3.1.1	Modelo axissimétrico .....	20
3.1.1.1	Definição da geometria.....	20
3.1.1.2	Geração da malha .....	23
3.1.1.3	Condições de Contorno .....	28
3.1.1.4	Definição e atribuição de propriedades .....	33
3.1.1.5	Configuração da Análise .....	36
3.1.2	Duto tridimensional.....	39
3.1.2.1	Definição da geometria.....	40
3.1.2.2	Geração da Malha.....	40
3.1.2.3	Condições de Contorno .....	44
3.1.2.4	Definição e atribuição de propriedades .....	48
3.1.2.5	Configuração da Análise .....	49
3.2	Duto flexível (riser).....	49
3.2.1	Definição da geometria .....	51
3.2.2	Geração da malha.....	57
3.2.3	Condições de contorno.....	61
3.2.4	Definição e atribuição de propriedades.....	62
3.2.5	Configuração da Análise .....	63
4	DESCRIÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	65
5	RESULTADOS.....	69
5.1	Duto sanduíche (pipe-in-pipe).....	69
5.1.1	Análise de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos .....	69

5.1.1.1	Modelo analítico de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos	70
5.1.1.2	Comparação dos resultados	74
5.1.2	Análise de pipe-in-pipe sob flexão pura	78
5.1.2.1	Modelo analítico de pipe-in-pipe sob flexão pura	78
5.1.2.2	Comparação dos resultados	80
5.2	Duto flexível (riser)	81
5.2.1	Modelo analítico do riser sob flexão pura	82
5.2.2	Comparação dos resultados	87
6	CONCLUSÃO	89
7	REFERÊNCIAS	91
8	ANEXOS	93
8.1	Anexo A: Modelo analítico de tração de um duto sanduíche implementado no Matlab	93
8.2	Anexo B: Modelo analítico de flexão de um duto sanduíche implementado no Matlab	97
8.3	Anexo C: Simulação para o caso 1 (tração pura de um duto sanduíche)...	98
8.4	Anexo D: Simulação para o caso 2 (tração mais pressões sobre um duto sanduíche)	99
8.5	Anexo E: Simulação para o caso 3 (flexão pura de um duto sanduíche)	100
8.6	Anexo F: Simulação para o caso 4 (flexão pura de mola com 5 espiras)	101
8.7	Anexo G: Simulação para o caso 5 (flexão pura de mola com 10 espiras)	102

## 1 INTRODUÇÃO

A utilização de dutos submarinos para transportar petróleo e gás natural é um dos meios mais seguros, econômicos e, conseqüentemente, mais empregados para tal fim. No Brasil 70% da produção de petróleo da Petrobras é proveniente de poços submarinos (Ramos Jr. *et al*, 2008). Por essa razão a integridade estrutural dos dutos usados para o transporte destes fluidos do poço até a unidade flutuante, ou até o continente, é alvo de extensas pesquisas.

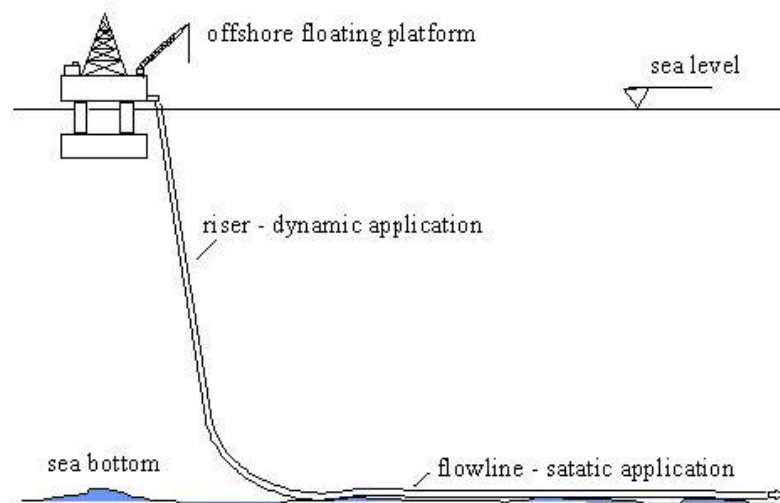


Figura 1: Ilustração de riser (Estefen)

Neste contexto os dutos pipe-in-pipe, ou dutos sanduíche, são bastante usuais. Estes dutos são compostos por dois dutos concêntricos de aço e por uma camada anular de polipropileno.

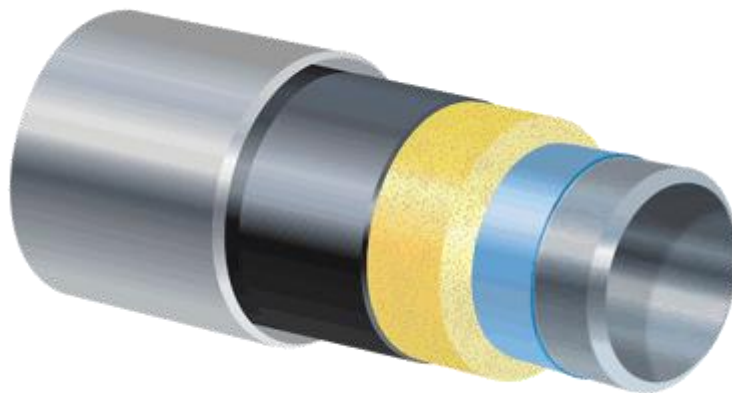


Figura 2: Esquema de pipe-in-pipe

Os dutos de aço possuem função estrutural, pois, devido às altas profundidades, os dutos submarinos estão sujeitos a enormes pressões externas. Os hidrocarbonetos também são extraídos do solo a altas pressões. Daí a necessidade do duto externo para resistir à pressão externa e do duto interno para resistir à pressão interna.

A camada anular confere ao pipe-in-pipe um maior isolamento térmico. A troca de calor entre o fluido escoando dentro do duto e o meio deve ser evitada, pois quando a temperatura do hidrocarboneto cai abaixo de um valor mínimo, ocorre formação de parafina, que leva à diminuição da vazão do escoamento e, desta forma, a uma queda de produção.

Um fato preocupante em dutos sanduíche é a propagação da flambagem. Quando o duto está danificado, seja por alguma falha de fabricação ou choque mecânico com alguma pedra ou âncora, ocorre uma diminuição da pressão necessária para o colapso local. Esta pressão é chamada de pressão de iniciação e depende da magnitude do dano, da geometria do duto e das propriedades do material. Caso a magnitude da pressão externa seja superior a um valor crítico (pressão de propagação), a flambagem pode se propagar por longas distâncias a altas velocidades, desta forma causando a falha de todo o duto.

Outro objeto de estudo relacionado a dutos pipe-in-pipe é a sua integridade estrutural no decorrer do tempo. O envelhecimento dos dutos em operação pode torná-los suscetíveis à ação de diversos mecanismos de corrosão, o que pode acarretar uma diminuição da integridade estrutural e, eventualmente, falhas.

Os objetivos deste trabalho, em relação aos dutos sanduíche, são: a modelagem e a simulação de um duto pipe-in-pipe sujeito a pressões interna e externa, flexão e tração através do método dos elementos finitos, ignorando efeitos térmicos. Esta modelagem é extremamente importante para compreender o funcionamento e o mecanismo de falha do duto.

Outra parte do trabalho será dedicada à modelagem de tubos flexíveis, ou risers. Os risers são vitais para os sistemas de produção submarinos, pois são responsáveis pelo transporte de petróleo e gás natural dos poços até a plataforma flutuante e, dessa forma, estão sujeitos a carregamentos estáticos e dinâmicos aplicados pelo ambiente oceânico e pela plataforma. Estas estruturas não possuem redundância estrutural,

portanto uma falha causaria um enorme impacto ambiental, além da interrupção da produção e prejuízo financeiro.

Um duto flexível (Figura 3) é composto por cinco camadas estruturais: carcaça intertravada, camada de plástico, armadura de aço interna formada por tendões helicoidais, armadura de aço externa formada por tendões helicoidais e camada externa de plástico.

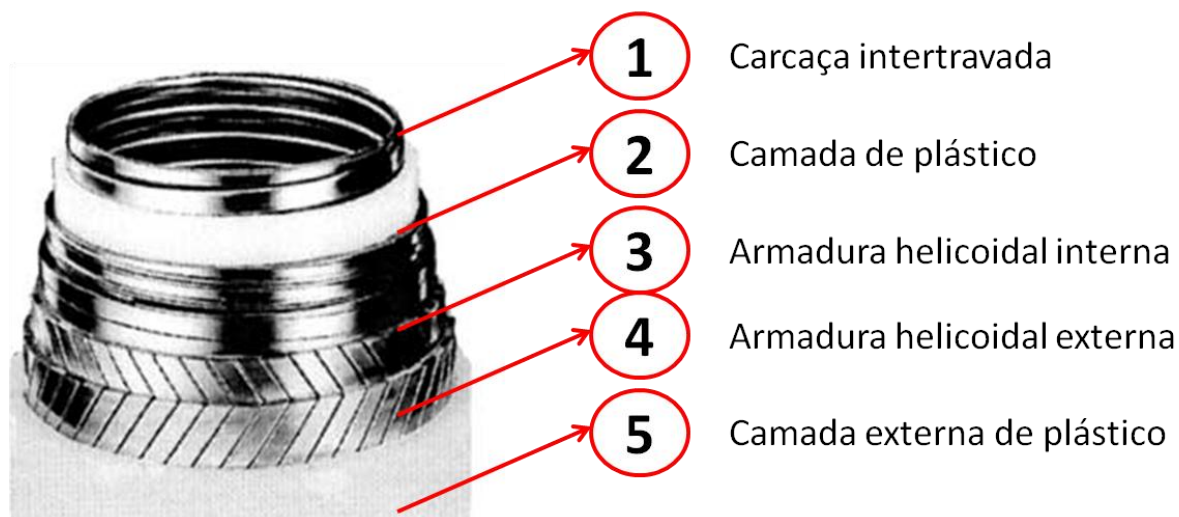


Figura 3: Imagem de um corte de um tubo flexível (Custódio & Vaz, 2002)

A carcaça intertravada (Figura 4) confere resistência a carregamentos de pressão e as armaduras helicoidais conferem resistência à tração e torção, enquanto os polímeros concêntricos fornecem vedação e isolamento térmico (Saevik & Bruaseth, 2005). Essa configuração faz com que o riser seja muito deformável quando submetido à flexão, mas forte e rígido em resposta à pressão interna e externa, tração e torção.

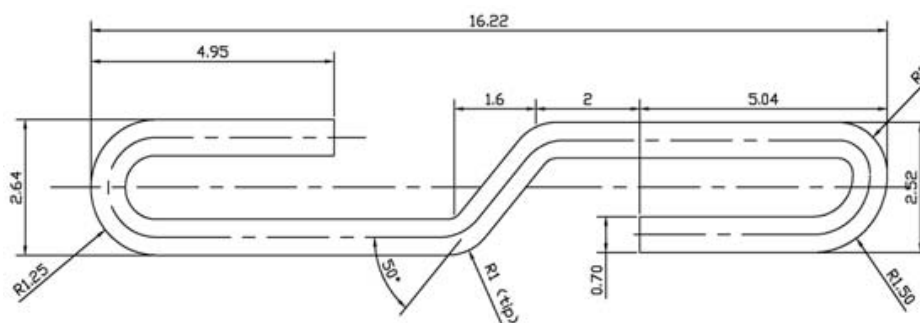


Figura 4: Perfil de uma carcaça intertravada (Ramos Jr *et al*, 2008)

Cada camada tem um papel específico na estrutura do duto flexível, entretanto informações sobre as interações entre elas e entre elementos de uma mesma camada são fundamentais para se determinar o comportamento do duto. O maior exemplo

dessa interação entre diferentes elementos é o reforço helicoidal, onde diferentes tendões da armadura entram em contato e, por causa do atrito, ocorre uma não linearidade com acoplamento entre deformações axiais e torcionais (Witz & Tan, 1992).

O projeto de um duto flexível requer duas etapas (Custódio & Vaz, 2002): uma análise global e uma análise da seção transversal. A primeira serve para determinar carregamentos operacionais e a configuração do duto, enquanto a análise da seção transversal avalia a resistência e a rigidez longitudinal, a rigidez à torção e as pressões de contato entre as camadas. Geralmente modelos analíticos são utilizados em etapas preliminares do projeto e modelos em elementos finitos são empregados quando respostas específicas de algumas camadas são necessárias.

Os efeitos de atrito entre as camadas do duto causam um comportamento altamente não linear, o que tem motivado muitas pesquisas no desenvolvimento de modelos de elementos finitos para risers. Entretanto, as soluções numéricas, devido, aos algoritmos de contato, exigem computadores muito potentes e um tempo de simulação muito elevado.

Este trabalho apresenta um modelo de elementos finitos para um duto flexível submetido a carregamentos combinados. O objetivo é estimar o comportamento do duto considerando o atrito entre os diferentes elementos da estrutura.

O método dos elementos finitos fornece uma solução aproximada para equações diferenciais com condições de contorno definidas. O domínio é dividido em vários elementos de tamanho finito, daí o nome elementos finitos. Dentro destes elementos são definidas funções aproximadas que podem ser desenvolvidas matematicamente (ver capítulo 4) fornecendo um sistema de equações para o domínio discretizado, que é solucionado numericamente. O tamanho do sistema depende da quantidade de elementos finitos e sua solução representa a solução da equação diferencial.

Neste trabalho será empregado o software “Patran” da empresa MSC-Software na modelagem do duto em elementos finitos. O usuário só necessita modelar a geometria, definir a malha, as propriedades do material e condições de contorno. O software é capaz de modelar diversos tipos de problema, como, por exemplo, térmico e estrutural. Após a modelagem o sistema está apto para ser resolvido em um

“solver”. Neste trabalho há necessidade de um “solver” não-linear devido ao contato entre os dutos. Será utilizado então o software da mesma empresa chamado “Marc”. O resultado deste trabalho será a elaboração de um tutorial para a modelagem dos diferentes dutos através do “Patran”, tornando os modelos aptos para a resolução através do “Marc”. Para esse fim a construção dos modelos é descrita passo a passo e as ferramentas fundamentais são apresentadas. Os resultados obtidos através do “Marc” são confrontados com resultados de soluções analíticas do problema estrutural.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Não é surpreendente que as regiões do globo onde há mais pesquisas sobre dutos submarinos são aquelas onde ocorre uma exploração offshore mais intensa. Diversos estudos são conduzidos sobre dutos pipe-in-pipe, especialmente na área de análise da estabilidade, sendo que um tópico bastante explorado é a propagação de flambagem. Nesse contexto a criação de um modelo para simulações, que é o objetivo deste trabalho, se torna uma etapa preliminar.

Uma formulação teórica para a simulação numérica da propagação da flambagem em dutos de águas profundas é proposta em (Pasqualino & Estefen, 2001). O método baseia-se na teoria de casca fina e incorpora grandes rotações e comportamento elastoplástico. As equações são resolvidas numericamente através de um computador, utilizando o método das diferenças finitas, e os resultados são comparados com dados experimentais.

Experimentos e simulações numéricas são empregados em (Kyriakides & Netto, 2004) para estudar a dinâmica e a interrupção da propagação da flambagem em dutos pipe-in-pipe. Na primeira etapa de experimentos a velocidade de propagação da flambagem foi medida em função da pressão. Na segunda etapa foi conduzida uma simulação numérica. Os valores obtidos para a velocidade seguem a mesma tendência nos dois casos. O modelo de elementos finitos utilizado foi gerado através do software não-linear “ABAQUS”. Os dutos foram discretizados utilizando-se elementos sólidos tridimensionais e conduziu-se estudos de convergência para determinar a distribuição da malha. Devido às condições de simetria, apenas um quarto da geometria do duto foi modelado. Foram adotadas duas condições de aderência: aderência completa ou nenhuma aderência.

O trabalho (Ribeiro, Pinheiro, & Pasqualino, 2007) estuda a redução da pressão de colapso de um duto danificado sob ação de pressão externa. Um modelo numérico não-linear tridimensional é utilizado para simular o dano mecânico e a aplicação da pressão externa. Feito isso é realizado um estudo paramétrico para determinar a pressão de colapso para diferentes condições e dimensões de dutos. O modelo de elementos finitos é o mesmo empregado em (Kyriakides & Netto, 2004).

Em (Sakakibara, Kyriakides, & Corona, 2008) estuda-se o efeito da corrosão no colapso de dutos submarinos sob pressão externa. Os resultados foram obtidos



numericamente utilizando um software (BEPTICO) e também através do método dos elementos finitos. O modelo de elementos finitos foi gerado através do “ABAQUS”. A malha é composta por elementos sólidos tridimensionais e sua distribuição foi determinada através de estudos de convergência.

No trabalho apresentado por (Lourenço *et al*, 2008) é conduzido um extenso estudo paramétrico da propagação da flambagem em dutos sanduíche com um modelo não-linear tridimensional de elementos finitos. O objetivo é investigar a influência do material anular sobre a pressão de propagação da flambagem. O modelo de elementos finitos utilizado é o mesmo empregado em (Kyriakides & Netto, 2004).

Na pesquisa de (Teixeira *et al*, 2008) estuda-se a confiabilidade de dutos com defeitos corrosivos sujeitos a pressão interna. Diversas análises de pequenos experimentos e de modelos tridimensionais não-lineares de elementos finitos foram realizadas. Uma análise de sensibilidade foi conduzida para diferentes magnitudes de corrosão para identificar a influência de diversos parâmetros.

No caso dos dutos flexíveis a abordagem é um pouco diferente. A estrutura destes tubos, devido à presença das armaduras helicoidais, é mais complexa e sua modelagem é alvo de extensas pesquisas. Os estudos sobre tubos flexíveis seguem três linhas: modelos analíticos, modelos numéricos e testes experimentais.

No trabalho de (Witz & Tan, 1992) um modelo analítico para uma estrutura flexível foi criado baseado na interação entre as diferentes camadas do duto. Esse modelo fornece relações entre carregamentos axiais e torcionais e deslocamentos. Também traz outras informações úteis, como previsão de separação de camadas, amplitude do gap e mudanças nas espessuras das camadas.

Em (Seyed & Patel, 1992) são apresentados cálculos da pressão e das forças induzidas pelo escoamento interno em dutos flexíveis. Esse estudo aponta que o escoamento interno contribui com um novo termo na expressão da tensão efetiva e demonstra que equações de equilíbrio de um riser flexível são um meio rápido e seguro para determinar o perfil estático de dutos flexíveis.

(McNamara & Harte, 1992) elaboram um modelo analítico 3D para um duto flexível sem desprendimento entre camadas e submetido a pressões interna e externa, tração, torção e flexão. Esse modelo fornece informações sobre deformação, tensão e

pressão nas diferentes camadas e serve também como base para estimar ruptura, colapso da carcaça e falha dos tendões da armadura helicoidal.

No trabalho (Patel & Seyed, 1995) é feita uma revisão histórica do desenvolvimento de técnicas de análises hidrodinâmicas para risers flexíveis. Esse estudo resalta fatos marcantes, como a inclusão dos efeitos das pressões interna e externa e do escoamento interno. Comenta também sobre áreas ignoradas até então como, por exemplo, amortecimento estrutural, carregamento de arrasto hidrodinâmico e interações com o fundo do mar.

(McIver, 1995) gerou um modelo detalhado para o comportamento das seções de um duto flexível considerando tanto aderência completa entre as camadas quanto desprendimento. Foram considerados carregamentos de tração, torção, cisalhamento, flexão, pressão nas paredes do duto e diferenças de temperatura, sendo que o efeito do atrito também foi incluído. O modelo permite que as camadas do duto se separem e que tendões da armadura helicoidal façam contato. Através do modelo são obtidas informações detalhadas sobre as tensões e tensões de contato, além do escorregamento entre as camadas e entre os tendões da armadura.

Outro modelo é proposto por (Custódio & Vaz, 2002), onde são feitas formulações e soluções para a resposta de cabos umbilicais e dutos flexíveis submetidos a tração, torção e pressões interna e externa, ou seja, apenas carregamentos axissimétricos. O modelo leva em consideração não linearidades do material, formação de gap, contato entre tendões e variação na curvatura dos tendões. As equações algébricas não lineares são resolvidas através de um algoritmo iterativo e servem para estimar tensões e deslocamentos em cada camada e a resposta global da estrutura.

(Ramos Jr. & Pesce, 2004) apresentam uma solução analítica para dutos flexíveis submetidos a carregamentos combinados: flexão, torção, tração e pressões interna e externa. A principal hipótese simplificadora desse modelo é a consideração de escorregamento total entre os tendões das armaduras helicoidais após a flexão, no entanto o modelo se mostra consistente quando comparado a resultados experimentais.

Uma formulação em elementos finitos para prever o comportamento de um cabo umbilical sujeito a tração, torção, pressões interna e externa e contato com corpos externos é apresentada por (Saevik & Bruaseth, 2005). Esse modelo considera não

linearidade do material, formação de gap, contato entre as camadas e mudança na curvatura dos tendões da armadura. O modelo estima tensões e deslocamentos de elementos individuais da estrutura e mostra boa correlação com testes experimentais. Procedimentos experimentais foram conduzidos por (Ramos Jr. *et al*, 2008), onde uma descrição detalhada da estrutura interna do riser é feita. Os resultados experimentais foram comparados com modelos analíticos e a rigidez obtida experimentalmente concorda com os valores numéricos. Neste trabalho também é demonstrado que a hipótese de uniformidade na deformação axial nos tendões de uma armadura helicoidal não ocorre na prática.

Uma formulação analítica e um modelo de elementos finitos com várias camadas considerando desprendimento foram propostos por (Bahtui, Bahai, & Alfano, 2009). Neste estudo todas as camadas do riser foram modeladas separadamente e interações do contato foram consideradas. Os resultados obtidos pelo modelo de elementos finitos são relações de força e deslocamentos, que pareceram concordar com os resultados analíticos. Este trabalho mostra que um modelo de elementos finitos pode ser utilizado para conduzir estudos paramétricos em um riser e prever seu comportamento submetido a várias condições de carregamento.

### 3 MODELAGEM

Este capítulo dedica-se à modelagem dos dutos sanduíches (pipe-in-pipe) e dos dutos flexíveis (riser) e está dividido em duas partes, sendo uma para cada tipo de duto. Os objetivos são: apresentar as ferramentas básicas do “Patran” e elaborar um tutorial passo a passo para a construção desses modelos.

#### 3.1 Duto sanduíche (pipe-in-pipe)

Depois de um clique duplo no ícone do Patran o programa inicia. Para gerar um arquivo novo clique em >File< no cabeçalho localizado na parte de cima da tela e então clique em >New< no menu que se abre. Um nome deve ser escolhido para o arquivo e após um clique em >OK< o arquivo é salvo no formato \*.db. Um menu (Figura 5) com as preferências do usuário surge então no canto direito.

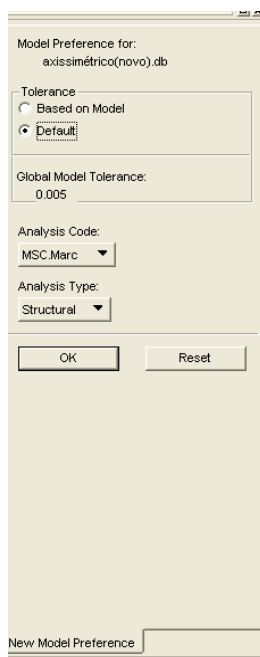


Figura 5: Menu de entrada

No campo >Tolerance< selecione >Default<. Devido ao contato entre os diferentes dutos o modelo gerado será não-linear, portanto o software “Msc.Marc” deverá ser utilizado. Certifique-se então que no campo >Analysis Code< este software está selecionado. O “Patran” é capaz de realizar diversas análises, como térmica e estrutural. Neste trabalho será feita uma análise de tensões, logo deve-se selecionar

>Structural< no campo >Analysis Type<. Concluída a configuração deste menu clique em >OK<.

A área de trabalho (Figura 6) do “Patran” contém as ferramentas mais úteis que são utilizadas para modelar, visualizar e executar simulações.

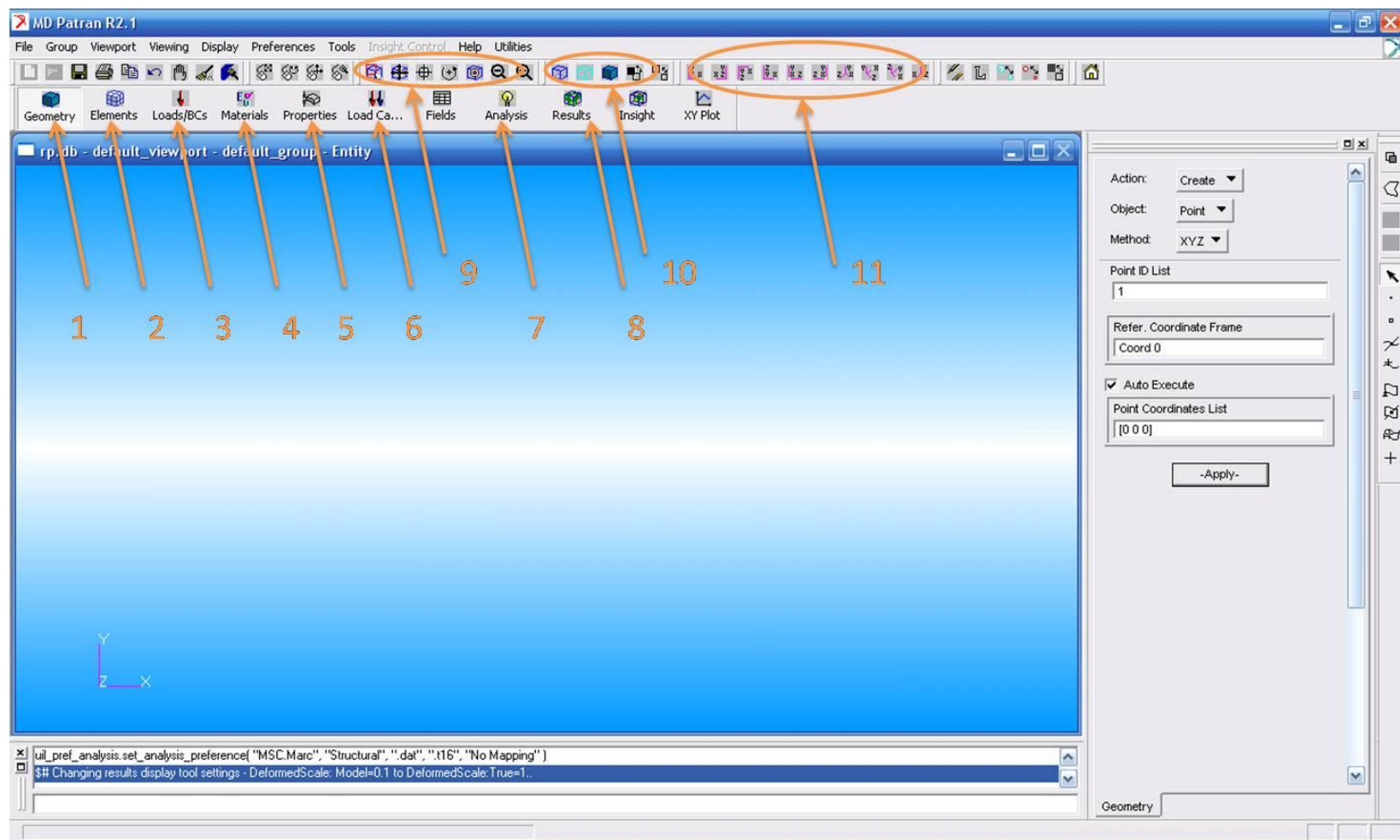


Figura 6: Área de trabalho do Patran

1. Geometry: Construção da geometria
2. Elements: Geração da malha
3. Loads/BCs: Condições de contorno (pressões, contato e deslocamentos)
4. Materials: Propriedades dos materiais, como módulo de elasticidade e coeficiente de Poisson
5. Properties: Atribuição de propriedades à malha (definição do material)
6. Load Cases: Seleção e combinação das condições de contorno definidas anteriormente
7. Analysis: Configuração do contato e execução do cálculo
8. Results: Visualização dos resultados
9. Ferramentas de visualização como zoom e enquadramento
10. Ferramentas de exibição como wireframe e renderização
11. Seleção da orientação dos eixos

O “Patran” possui uma metodologia muito prática para a geração do modelo. A modelagem está dividida em etapas e, para se executar um trabalho mais organizado, percorre-se os itens do menu da esquerda para a direita (item 1 ao item 8). Portanto o usuário começa definindo a geometria, depois passa para a geração da malha e assim por diante até obter os resultados.

Existem diversas maneiras de modelar um duto pipe-in-pipe no “Patran”. A forma mais simples é a modelagem com elementos axissimétricos (Figura 7) que, devido à sua simetria, possui uma malha de elementos finitos menor. Portanto menos nós são gerados e, dessa forma, exige-se menos tempo de processamento computacional para a obtenção dos resultados.

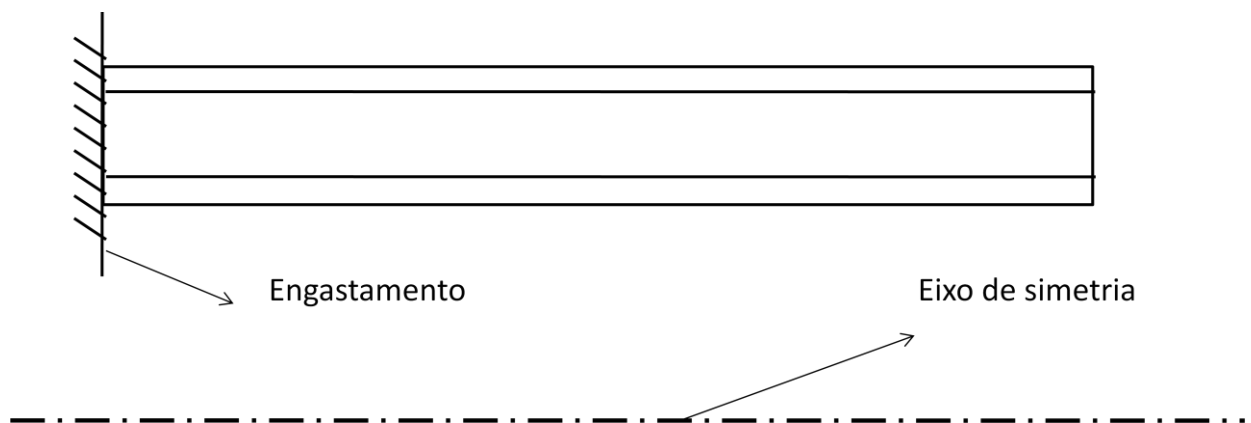


Figura 7: Modelo com elementos axissimétricos

No entanto na outra parte deste capítulo, que tem como objetivo a modelagem de estruturas mais complexas como tubos flexíveis e/ou cabos umbilicais (Figura 8), a modelagem do duto com elementos sólidos 3D torna-se necessária, em virtude da existência de camadas helicoidais. Neste trabalho serão realizados os dois tipos de modelagem para um duto pipe-in-pipe, axissimétrica e tridimensional com elementos sólidos, para fins didáticos e de comparação de resultados.



Figura 8: Seção transversal de um cabo umbilical (Saevik & Bruaseth, 2005)

O modelo e os parâmetros geométricos do pipe-in-pipe a ser analisado estão indicados na Figura 9:

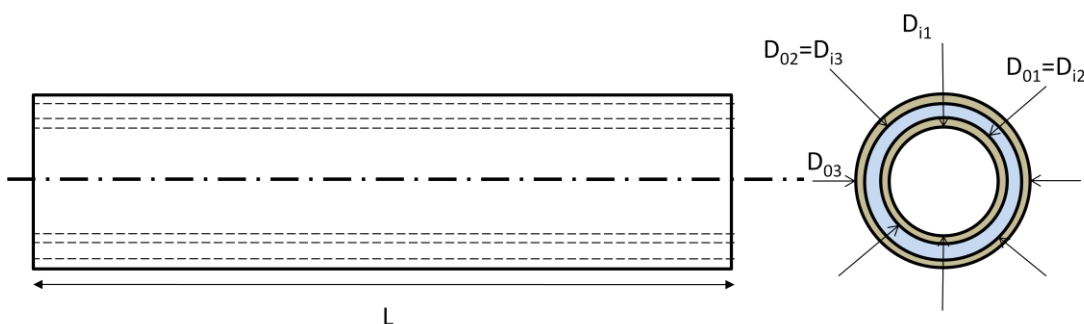


Figura 9: Desenho do pipe-in-pipe

Foram adotadas as seguintes dimensões, retiradas de (Ribeiro, Pinheiro, & Pasqualino, 2007), para o pipe-in-pipe:

$D_{o3} = 120$  mm (Diâmetro externo da camada externa)

$D_{o2} = D_{i3} = 116$  mm (Diâmetro externo da camada anular e interno da camada externa)

$D_{o1} = D_{i2} = 100$  mm (Diâmetro externo da camada interna e interno da camada anular)



$D_{i1} = 96 \text{ mm}$  (Diâmetro interno da camada interna)

$L = 500 \text{ mm}$  (comprimento)

Deve-se trabalhar com um sistema coerente de unidades, pois no “Patran” os resultados dos cálculos baseiam-se nas unidades dos dados fornecidos pelo usuário. Se fornecermos dimensões em milímetro e forças em newton obteremos as tensões em megapascal.

### **3.1.1 Modelo axissimétrico**

O modelo axissimétrico é um elemento bidimensional (Figura 7) que torna possível a simulação da tração bem como de pressões interna e externa, que são carregamentos axissimétricos, em um duto pipe-in-pipe. As dimensões utilizadas para o modelo axissimétrico baseiam-se na Figura 9.

#### **3.1.1.1 Definição da geometria**

Clique em >Geometry< no menu principal (Campo 1 da Figura 6). Novamente surgirá um menu no canto direito da tela. Para gerar o modelo deve-se primeiro criar as superfícies. Selecione então >Create< no campo >Action< e >Surface< no campo >Object<. Existem diversas maneiras de se gerar uma superfície no “Patran”, a mais indicada para este caso é a geração através de planos retangulares. No campo >Method< escolha então >XYZ<. Feito isso o menu no canto direito é alterado e surgem novos campos (Figura 10).

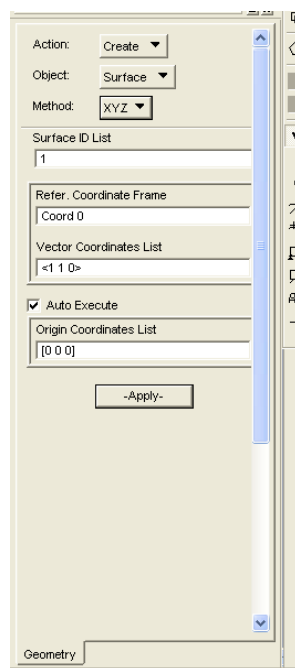


Figura 10: Menu para gerar superfícies

O campo >Surface ID List< dá uma identidade numérica para a superfície. O campo >Refer. Coordinate Frame< se refere às coordenadas de referência, que neste caso será a origem >Coord 0<. É possível definir um outro sistema de coordenadas, porém isso não é necessário para esta modelagem. Em >Origin Coordinates List< se define a origem da superfície, ou seja, onde ela deve começar no sistema de coordenadas de referência definido anteriormente. Em >Vector Coordinates List< se configura o vetor da diagonal do plano retangular em relação à origem da superfície, isto nada mais é que a diferença entre o vetor de posição do ponto oposto à origem da superfície e o vetor de posição da própria origem da superfície. Após ter definido todos esses campos se confirma clicando em >Apply<.

Seguindo as dimensões da Figura 9 obtém-se os seguintes dados que devem ser inseridos nos campos descritos acima para gerar o modelo de elemento axissimétrico:

Tabela 1: Tabela de superfícies

Surface ID List	Origin Coordinates List			Vector Coordinates List		
	X	Y	Z	X	Y	Z
1	0	48	0	500	2	0
2	0	50	0	500	8	0
3	0	58	0	500	2	0

Após a geração das superfícies a geometria obtida deve ser, escolhendo a Iso 1 View no campo 11 da Figura 6, a seguinte:

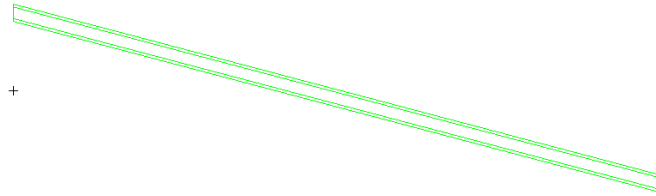


Figura 11: Geometria do elemento axissimétrico

Deve-se observar que na modelagem de um elemento axissimétrico no “Patran” o eixo de simetria deve ser obrigatoriamente o eixo x.

Cada superfície possui condições de contorno e regiões de contato distintas. Para contornar este problema utiliza-se o agrupamento de superfícies em grupos. Cada grupo pode ser trabalhado individualmente e possibilita, desta forma, uma modelagem mais organizada e simples. Para criar um grupo clique em >Group< no cabeçalho e depois em >Create<. No menu lateral defina um nome para o grupo a ser gerado no campo >New Group Name<. Neste trabalho serão utilizados: “Tex” para o tubo externo, “Tan” para o tubo anular e “Tin” para o tubo interno. No campo >Entity Selection< selecione, clicando com o mouse sobre a figura, a geometria que deverá fazer parte do grupo. Conforme definido anteriormente as geometrias para cada grupo devem ser:

Tabela 2: Tabela de grupos

Group	Surface ID List
Tex	3
Tan	2
Tin	1

Confirme a criação do grupo clicando em >Apply<. Para trabalhar com um grupo isoladamente se deve clicar em >Group< no cabeçalho e depois em >Post<. No menu lateral (Figura 12) escolha o grupo com o qual se quer trabalhar e clique em >Apply<.

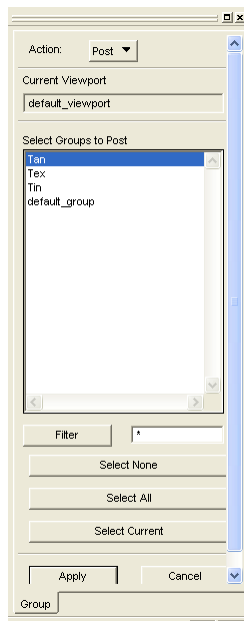


Figura 12: Menu de seleção de grupos

#### 3.1.1.2 Geração da malha

A malha para cada grupo será gerada a partir da geometria (superfície). Uma malha consiste em diversos elementos 2D (no caso de um elemento axissimétrico) que juntos cobrem a superfície inteira. Neste trabalho será adotado um elemento retangular para criar a malha porque este se adapta melhor à geometria do duto axissimétrico.

Para não obter uma malha muito discretizada, o que acarretaria em um maior tempo de processamento pelo computador, utiliza-se uma razão de 5:1, que é a máxima aceita pelo “Patran”, para o comprimento e a largura do elemento, a partir deste valor a incidência de erros numéricos na simulação, como falha na convergência, pode aumentar. Dessa forma obtêm-se elementos maiores e o número total de elementos que compõem a malha diminui.

Para facilitar a visualização vamos gerar uma malha para cada grupo exibindo apenas o grupo correspondente. Assim devemos exibir o grupo isoladamente conforme descrito anteriormente. Comece pelo grupo da sua escolha. Depois que o grupo estiver sozinho na área de trabalho clique em >Elements<, campo 2 da Figura 6. No menu lateral escolha >Create< no campo >Action<, >Mesh Seed< no campo >Object< e >Uniform< no campo >Type<. O menu deverá ser o mesmo que o exibido na Figura 13:

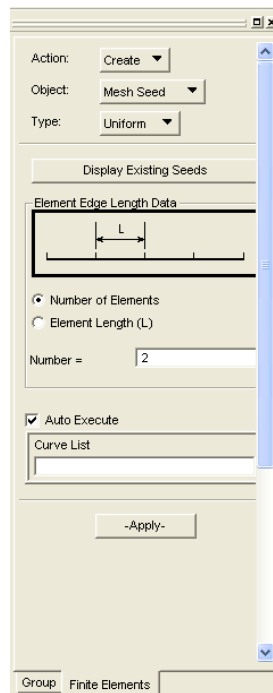


Figura 13: Menu de discretização da malha

A função >Mesh Seed< serve para discretizar de maneira adequada a superfície. Os dutos em questão possuem um comprimento muito maior que a largura. Portanto, para que se obtenham resultados realistas, escolheremos o tamanho do elemento em função da largura do duto. Assim garante-se que a malha terá um número mínimo de elementos na largura. As dimensões das superfícies estão na Tabela 3

Tabela 3: Tabela de dimensões das superfícies

Duto	Surface ID List	Largura (mm)	Comprimento (mm)
externo	3	2	500
anular	2	8	500
interno	1	2	500

A Tabela 3 indica que o duto anular possui uma espessura consideravelmente maior que os outros dutos e, portanto, necessita de um número maior de elementos de malha. Então, para que haja uma compatibilidade nas malhas dos dutos, será adotado, para os dutos interno e externo, um elemento de malha de 5 mm x 1mm (comprimento x largura) e para o duto anular um elemento de 5 mm x 2,667, a fim de se obter três elementos na largura deste duto.

Assim iremos discretizar as superfícies dos dutos interno e externo pelo tamanho do elemento, então selecione >Element Length (L)< no menu lateral. Para o duto anular escolha >Number of Elements<. No campo >Curve List< deverá ser selecionada a

curva a ser discretizada. Cada superfície deverá ser discretizada duas vezes, uma vez para a largura e outra para o comprimento. Logo, obtemos a Tabela 4:

Tabela 4: Tabela de discretização das superfícies

Duto	Group	Surface ID List	Curve List	Element Length (mm)	Number of Elements
externo	1	1	Surface 1.2	1	-
externo	1	1	Surface 1.3	5	-
anular	2	2	Surface 2.2	-	3
anular	2	2	Surface 2.3	5	-
interno	3	3	Surface 3.2	1	-
interno	3	3	Surface 3.3	5	-

Após as discretizações para um duto tem-se:

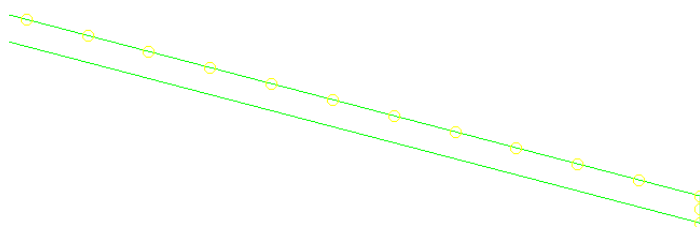


Figura 14: Duto discretizado

Recomenda-se iniciar a geração da malha de outro duto somente após ter concluído a geração da malha do anterior, portanto após a discretização para um grupo selecione, no menu lateral, >Mesh< no campo >Object< e >Surface< no campo >Type<. O menu lateral será então:

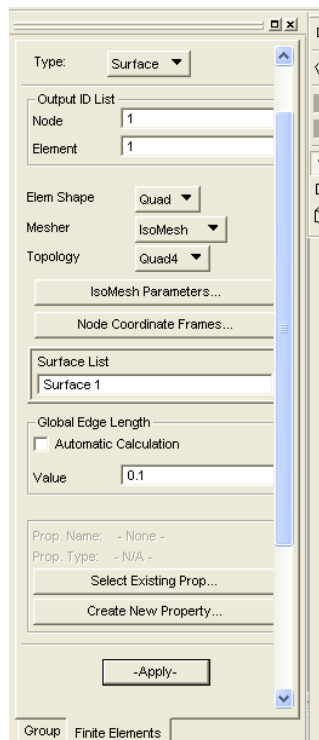


Figura 15: Menu de geração de malha

No campo >Elem Shape< selecione >Quad<, no campo >Mesher< escolha >IsoMesh< e no campo >Topology< selecione >Quad4<. No campo >Surface List< escolha a superfície cuja malha deve ser gerada. O campo >Global Edge Length< deverá ser ignorado pois a malha será gerada utilizando a discretização configurada anteriormente independente do valor inserido neste campo. Confirme clicando em >Apply<.

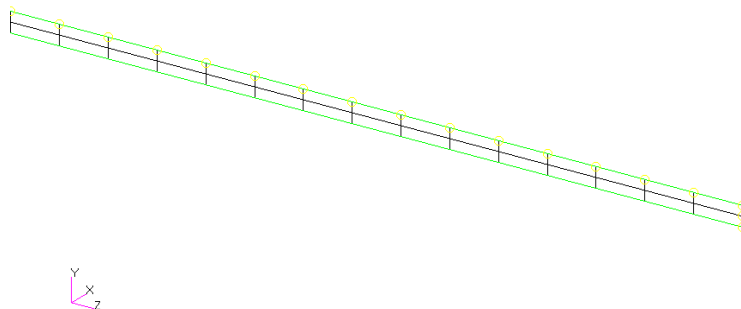


Figura 16: Malha gerada para um duto

Após ter gerado a malha de todos os grupos componentes (Figura 17) obtém-se a malha para toda geometria, que não será mais utilizada e pode ser deletada.

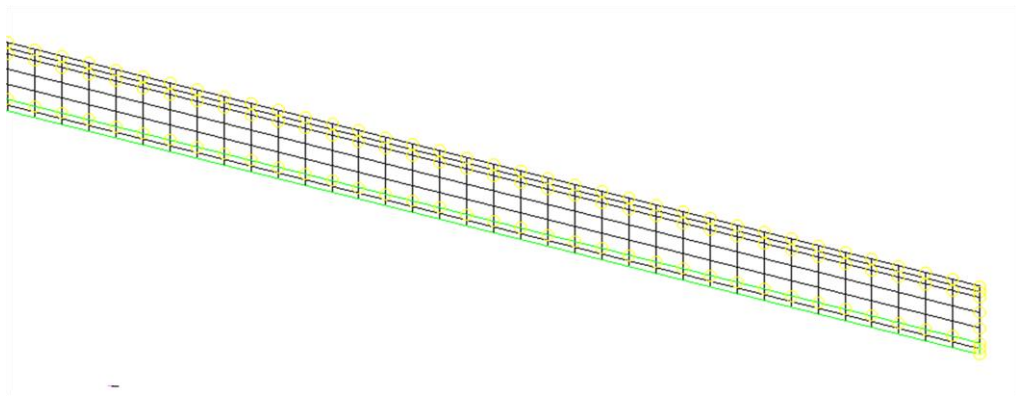


Figura 17: Malha gerada para todos os dutos

Para verificar se o contato entre os dutos está corretamente configurado selecione >Verify< no menu lateral. O menu obtido está ilustrado na Figura 18.

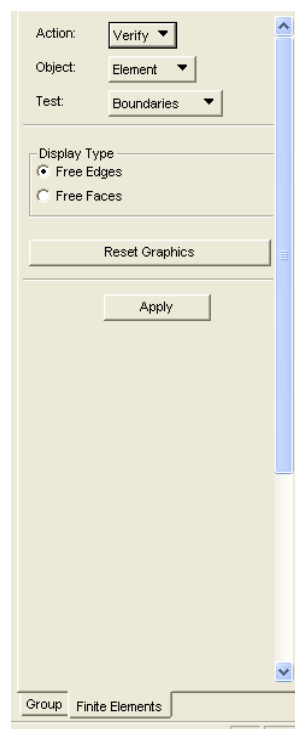


Figura 18: Menu de verificação de contato

Selecione então >Free Edges< no campo >Display Type< e clique em >Apply<.



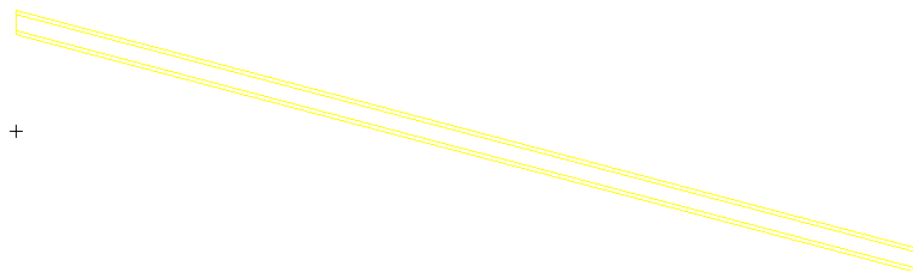


Figura 19: Contato devidamente configurado

Nota-se na imagem acima a presença de arestas entre os dutos o que demonstra que os contatos estão devidamente definidos.

### 3.1.1.3 Condições de Contorno

Agora que a malha está definida devem ser configuradas as condições de contorno (campo 3 da Figura 6). O modelo terá três tipos de condições de contorno: deslocamento (displacement), pressão (pressure) e contato (contact).

Um modelo de elementos finitos exige que ao menos um deslocamento seja fornecido para que o sistema de equações possa ser resolvido. Portanto nosso modelo será engastado na extremidade próxima à origem. Na extremidade livre, oposta ao engastamento, será prescrito um deslocamento de 1 mm, que simula o efeito da tração sobre o duto.

Um duto submarino, devido à coluna de água, está sujeito a uma enorme pressão externa. Será, portanto, considerada uma pressão externa da ordem de 10 MPa. O hidrocarboneto retirado do solo também possui uma alta pressão, 1 MPa aproximadamente, que deverá ser suportada pelo duto interno.

O contato entre os dutos também é definido nesta etapa da modelagem. A não-linearidade do contato causa um aumento considerável no tempo de processamento necessário para a obtenção dos resultados. Em uma simulação não-linear o software “Marc” faz inúmeras simulações lineares, onde, de uma simulação para outra, executa pequenos aumentos de carregamento.

Para criar uma condição de contorno selecione >Create< no menu lateral. Começaremos com o engastamento, portanto selecione >Displacement< no campo >Object<. O menu lateral exibido será:

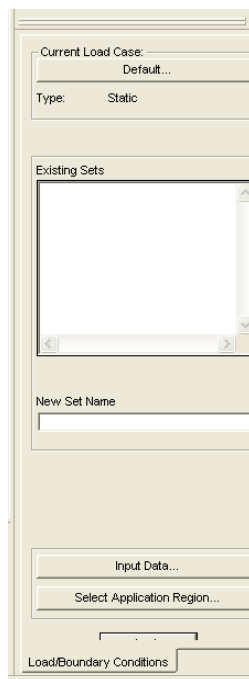


Figura 20: Menu de geração de condição de contorno

É necessário dar um nome à condição de contorno no campo >New Set Name<, nesse caso chamaremos de “Engastamento”. No botão >Input Data< devem ser atribuídas as dimensões do deslocamento que no caso do engastamento será <0,0,0>, ou seja, o engastamento evitará o escorregamento dos dutos. Apesar de ser um elemento axissimétrico, condição que será imposta posteriormente e que impossibilita o deslocamento no eixo perpendicular ao plano de axissimetria, há a necessidade de engastar na outra direção (sentido de z), pois o “Patran” não faz essa associação automaticamente. Por último deve ser definida a região de aplicação que é a face do duto externo próximo à origem.

Porém, antes de delimitar o retângulo para selecionar a região de aplicação, clique em >Preferences< no cabeçalho e selecione >Picking<. Surgirá o menu ilustrado na Figura 21:

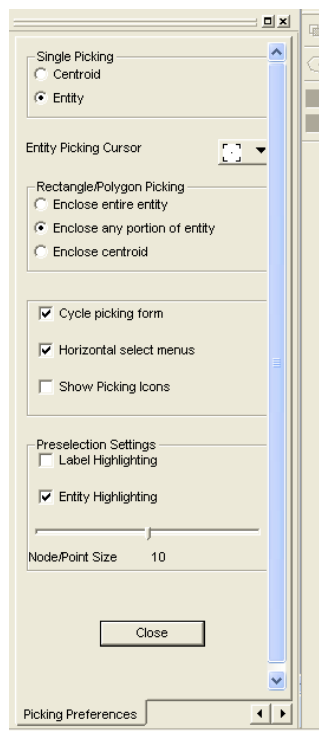


Figura 21: Menu de configuração de seleção

Escolha a opção >Enclose entire entity< no sub-menu “Rectangle/Polygon Picking” para selecionar apenas os elementos totalmente englobados pelo retângulo. A utilização do retângulo para selecionar objetos será discutida posteriormente. Confirme clicando em >Close<.

Feito isso volte para o menu lateral anterior, clique no botão >Select Application Region< e selecione a vista >Left Side View< no campo 11 da Figura 6 para termos uma vista perpendicular à superfície de atuação do engastamento. No menu lateral marque a opção >FEM< para selecionar somente elementos de malha e escolha, segurando o botão esquerdo do mouse e delimitando um retângulo ao redor dos elementos selecionados, os nós na face próxima a origem.

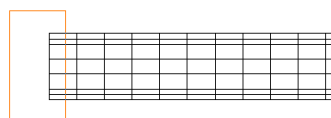


Figura 22: Seleção da região de engastamento

Confirme clicando em >Add<, >OK< e, no próximo menu, em >Apply<. A condição de contorno é visível no modelo (conforme Figura 23).



Figura 23: Engastamento visível no modelo

O deslocamento na extremidade oposta à origem se configura da mesma forma. Primeiro nomeie a nova condição de contorno no campo >New Set Name<, chamaremos de “Deslocamento Prescrito”. Clique então em >Input Data< e no campo >Translations< defina o deslocamento desejado. Neste trabalho os dutos possuem 500 mm de comprimento, portanto assume-se que um deslocamento adequado é da ordem de 1 mm. Logo preencha >1, 0< neste campo. No botão >Select Application Region< certifique-se que a opção >FEM< está selecionada. Marque então, conforme descrito anteriormente, os nós desta extremidade. Confirme clicando em >Add<, >OK< e em >Apply<.



Figura 24: Deslocamento prescrito na extremidade livre

Agora que os deslocamentos já estão configurados, configuram-se as pressões externa e interna. No menu lateral escolha >Pressure< no campo >Object<. No campo >New Set Name< dê um nome para a nova condição de contorno. Nomearemos neste trabalho as pressões externa e interna de “Pext” e “Pint” respectivamente. No campo >Target Element Type< selecione >2D< já que se trata de um elemento axissimétrico. Em >Input Data< insira o valor da pressão (sem colocar a unidade) no campo >Edge Pressure<, neste caso a pressão externa será de 10 MPa e a interna de 1 MPa. Clique então em >OK< para confirmar. No botão >Select Application Region< marque a opção >Geometry<, pois selecionaremos uma aresta onde a pressão atuará. No campo >Select Surface or Edges< selecione a aresta desejada, no caso da pressão externa a aresta do modelo mais acima e para a pressão interna a aresta mais abaixo, conforme mostrado na Figura 25.

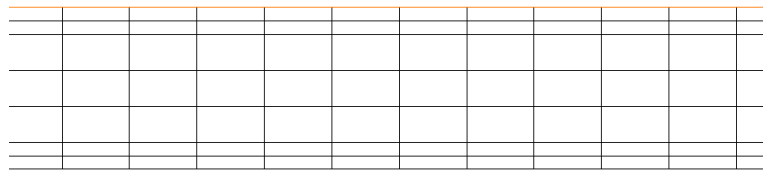


Figura 25: Aresta de atuação da pressão externa

Confirme clicando em >Add<, >OK< e, no menu seguinte, em >Apply<. Repetindo este procedimento para as duas pressões obtêm-se as seguintes condições de contorno:

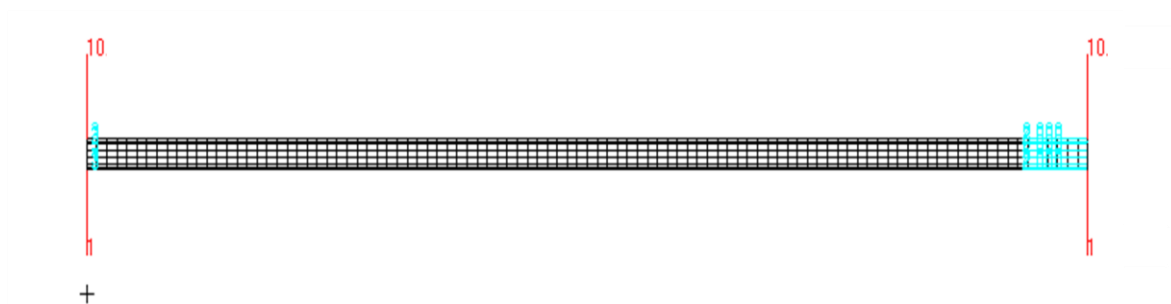


Figura 26: Pressão e deslocamentos definidos

A última etapa das condições de contorno é a configuração do contato. Cada superfície de contato deve ser definida individualmente, ou seja, para o mesmo contato devem ser definidas duas superfícies. Como há contato entre o duto externo e o duto anular e também entre o duto anular e o duto interno, teremos 4 superfícies de contato:

- Tex: referente à região de contato do duto externo
- Tan\_ex: referente à região do duto anular que entra em contato com o duto externo
- Tan\_in: referente à região do duto anular que entra em contato com o duto interno
- Tin: referente à região de contato do duto interno

Selecione então >Contact< no campo >Object< do menu lateral. Em >New Set Name< dê um dos nomes acima referente à região de contato que se deseja definir. O campo >Input Data< deverá ser ignorado. No campo >Select Application Region< marque novamente a opção >FEM< e selecione, com o retângulo, os elementos componentes da região de contato. A figura a seguir ilustra este procedimento:

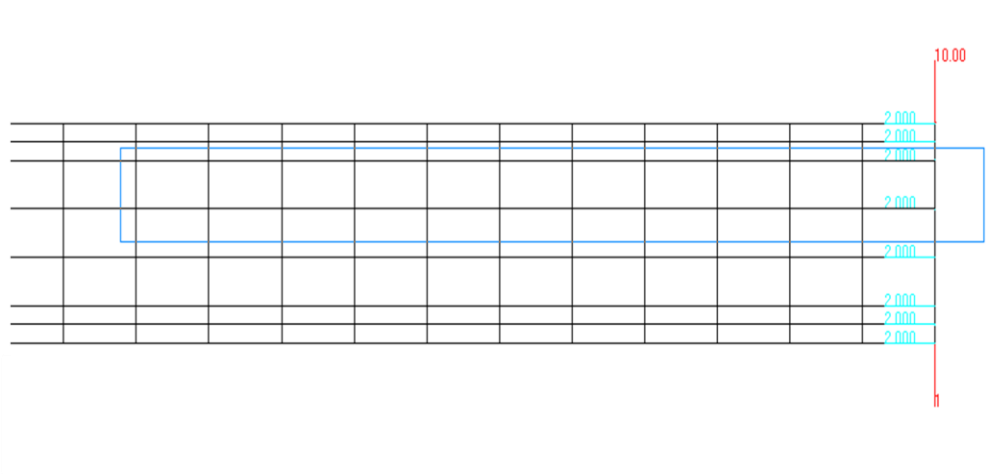


Figura 27: Seleção da área de contato

Repare na figura acima que nem todos os elementos da região de contato “Tan\_ex” estão sendo selecionados. Há duas possibilidades de se contornar este problema. Pode-se segurar a tecla >Shift< do teclado para, após selecionar um elemento, selecionar outro. Também é possível fragmentar a região de contato e adicionar as regiões, clicando em >Add<, por partes. O resultado é o mesmo. Confirme a seleção clicando em >Add<, >OK< e, no menu posterior, em >Apply<. Após definir todas as regiões de contato obtém-se:

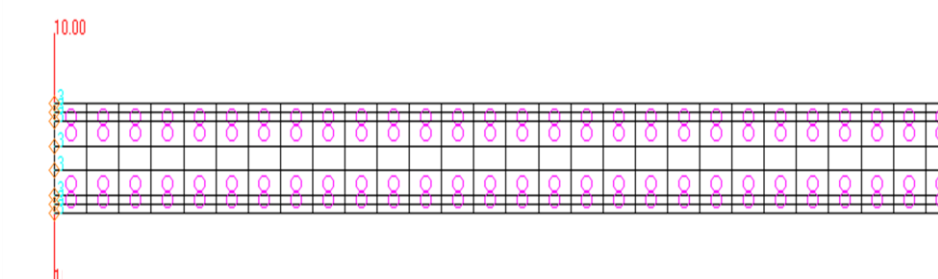


Figura 28: Exibição do contato

#### 3.1.1.4 Definição e atribuição de propriedades

Após a conclusão das condições de contorno deve-se definir os materiais que compõem os dutos. Conforme dito anteriormente os dutos externo e interno são feitos de aço e o material anular é polipropileno. As propriedades destes materiais foram retiradas da literatura sobre o assunto (Callister Jr., 2002) e encontram-se na Tabela 5:

Tabela 5: Propriedades dos materiais empregados

Material	Módulo de Elasticidade (MPa)	Coefficiente de Poisson
Aço	200000	0,3
Polipropileno	1300	0,34

Para definir os materiais clique em >Materials< (campo 4 da Figura 6) e selecione >Create< no menu lateral.

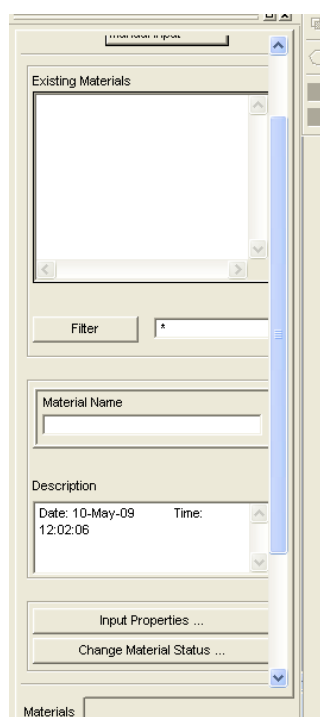


Figura 29: Menu de definição de materiais

No campo >Material Name< é pedido um nome para o material, nós chamaremos aço de Steel e polipropileno de PP. As propriedades do material serão dadas através do botão >Input Properties<, lembre-se que pela convenção adotada neste trabalho o módulo de elasticidade deve ser dado em MPa. Ao clicar neste botão surge a tabela ilustrada na Figura 30:

Figura 30: Definição das propriedades do material

Preencha os campos >Elastic Modulus< e >Poisson Ratio< com os dados fornecidos na Tabela 5. Para confirmar clique em >OK< e depois em >Apply<. Repita este procedimento para os dois materiais.

Definidos os materiais deve-se agora atribuir propriedades às malhas. Selecione >Properties< (campo 5 da Figura 6), >Create<, >2D< e >2D Solid< no menu lateral.

Figura 31: Menu de atribuição de propriedades

É nesta etapa que se define o material de cada duto e também a condição de axissimetria. Como os dutos possuem materiais diferentes atribuiremos as



propriedades individualmente, portanto deve-se primeiro exibir o grupo correspondente a um único duto antes de prosseguir. Depois dê um nome para a propriedade que se pretende atribuir, nesse trabalho teremos Tex, Tan e Tin para os dutos externo, anular e interno respectivamente. Feito isso selecione >Axisymmetric< no sub-menu >Options<.

Agora falta definir o material da malha. Para isso clique no botão >Input Properties< para abrir um formulário de propriedades.

Property Name	Value	Value Type
[Formulation Options]		String
Material Name		Mat Prop Name
[Orientation System]		String
[Orientation Angle]		Real Scalar
[Rigidity]		String

Select "Assumed Strain," "Constant Volume," or "Both" from the dropdown.

OK Clear Cancel

Figura 32: Formulário de propriedades

Ao lado de >Mat Prop Name< há um ícone, clicando nesse ícone abrirá uma lista com os materiais definidos anteriormente. Para Tex e Tin deverá ser escolhido o material Steel e para o Tan o material PP. Confirme clicando em >OK<. Por último selecione toda a malha visível no campo >Select Application Region<, lembrando que a malha deverá corresponder a um duto. Confirme clicando em >Add< e em >Apply<. Esse procedimento deve ser feito para os três dutos.

### 3.1.1.5 Configuração da Análise

Na análise (campo 7 da Figura 6) configura-se o tipo de análise que deverá ser executada, o software de processamento (“solver”) a ser utilizado, neste caso o “Marc”, e as características do contato. Selecione >Analyse<, >Entire Model< e >Full Run< no menu lateral.

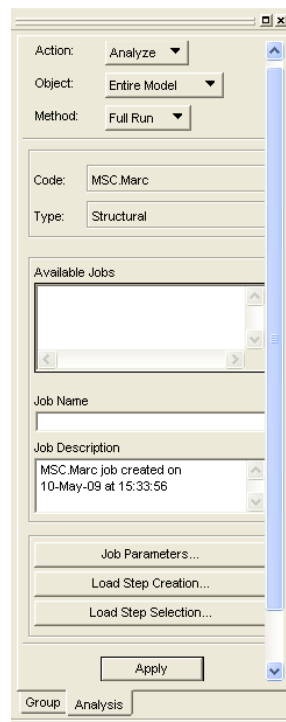


Figura 33: Menu da análise

Depois defina um nome para a análise no campo >Job Name<, chamaremos esta análise de “pipe-in-pipe”. Caso no campo >Code< ou no campo >Type< não esteja selecionado >Msc.Marc< e >Structural< respectivamente, clique em >Preferences<, >Analysis< e corrija as configurações.

Para configurar o contato clique no botão >Load Step Creation<, depois em >Solution Parameters< e por último em >Contact Table<. Nesta tabela (Figura 34) definem-se os corpos que se tocam, representados pela letra T, e os corpos que estão grudados, representados pela letra G. Também pode-se definir o coeficiente de atrito no campo >Friction Coefficient<.

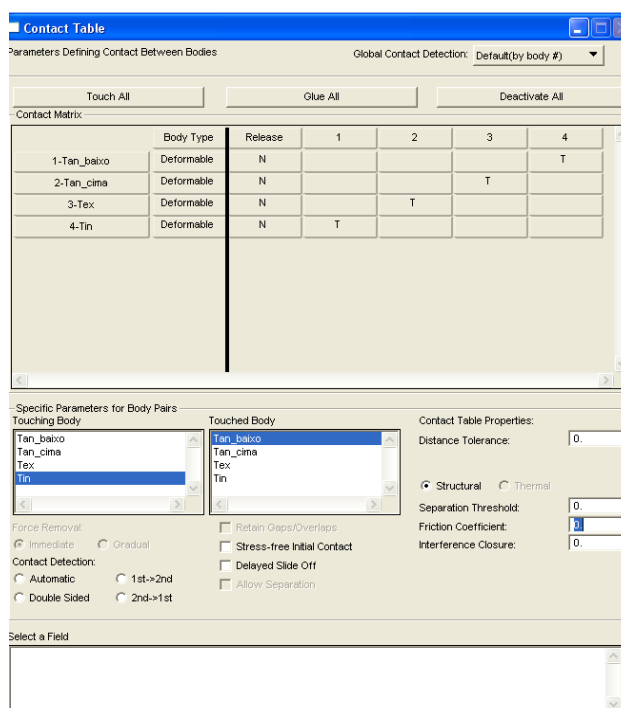


Figura 34: Tabela de contatos

No modelo feito anteriormente o a superfície de contato do duto externo (Tex) toca a superfície de contato superior do duto anular (Tan\_ex) e a superfície de contato do duto interno (Tin) toca a superfície de contato inferior do duto anular (Tan\_in). Logo deve-se configurar a tabela de contato segundo a tabela abaixo:

Tabela 6: Configuração da tabela de contatos

	1	2	3	4
1- Tan_in				T
2- Tan_ex			T	
3- Tex		T		
4- Tin	T			

O coeficiente de atrito será considerado o mesmo para os dois contatos, pois os pares de superfícies envolvidas, polipropileno e aço, se repetem. Neste trabalho será adotado um coeficiente de atrito de 0,5, que é um valor estimado.

Confirme as alterações clicando em >OK< nas janelas >Contact Table< e >Static Solution Parameters< e por último clique em >Apply< para iniciar a análise com o software >Marc<.

É possível acompanhar o andamento da simulação selecionando, no menu lateral, >Monitor< no campo >Action< e >Job< no campo >Object<. Feito isso selecione o

nome do trabalho no campo >Available Jobs<, neste caso >pipe-in-pipe<, e clique em >Apply<. Surgirá uma janela contendo informações do processo.



Figura 35: Monitoramento da análise

Depois que a simulação estiver encerrada selecione >Read Results< no campo >Action< do menu lateral, no campo >Available Jobs< escolha o trabalho simulado e por último clique em >Apply<. Este procedimento faz com que a simulação possa ser analisada em >Results< (campo 8 da Figura 6).

### 3.1.2 Duto tridimensional

A modelagem completa do duto difere do modelo axissimétrico principalmente em relação à geometria. Os elementos de malha possuem três dimensões, o que possibilita uma simulação mais real, porém mais trabalhosa e demorada. Esta modelagem é extremamente importante, pois se assemelha bastante com a modelagem de dutos flexíveis, o que deverá ser feito futuramente. Neste trabalho, no entanto, o duto tridimensional será utilizado na simulação da flexão, que não é um carregamento axissimétrico e, portanto, exige uma modelagem mais complexa. O modelo está ilustrado na Figura 2 e suas dimensões baseiam-se no desenho do pipe-in-pipe da Figura 9.

### 3.1.2.1 Definição da geometria

Os passos a serem seguidos são os mesmos do elemento axissimétrico. Portanto clica-se em >Geometry< (campo 1 da Figura 6). Deverão ser geradas as mesmas superfícies do elemento axissimétrico. Estas superfícies serão revolucionadas posteriormente ao redor do eixo x de simetria para formar uma malha tridimensional. Portanto repita o procedimento do capítulo 3.1.1.1 para gerar as superfícies e formar os grupos e, desta maneira, obter a seguinte configuração:

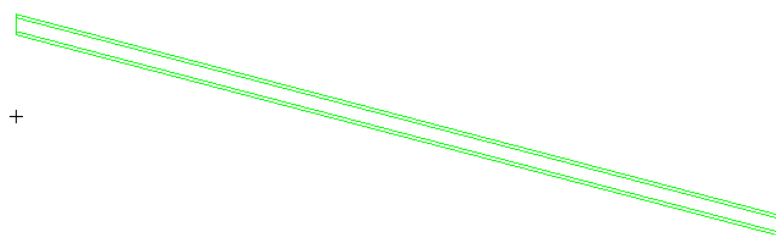


Figura 36: Geometria do duto tridimensional

### 3.1.2.2 Geração da Malha

A geração da malha para o duto inteiro é igual à geração para o elemento axissimétrico, somente depois que as malhas das superfícies estiverem definidas é que se revoluciona a malha ao redor do eixo de simetria para se obter a malha tridimensional. Logo repita os passos do capítulo 3.1.1.2 para obter as seguintes malhas:

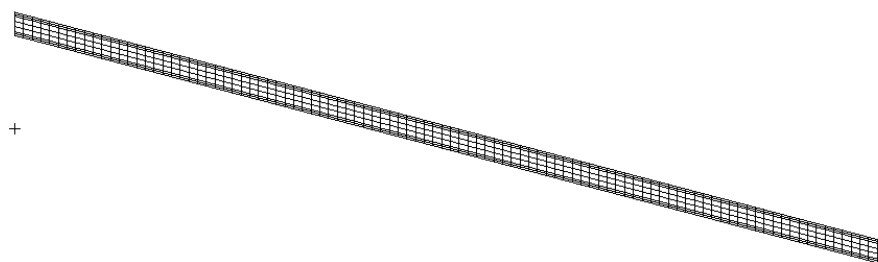


Figura 37: Malhas do duto tridimensional

Agora trabalharemos com os grupos individualmente para rotacioná-los ao redor do eixo de simetria. Primeiro exiba somente o grupo com o qual se deseja trabalhar. Então selecione, no menu lateral, >Sweep< no campo >Action<, >Element< no campo >Object< e >Arc< no campo >Method<.

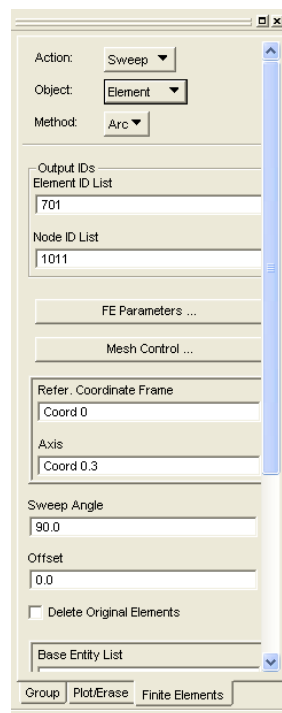


Figura 38: Menu de revolução

No botão >Mesh Control< pode-se escolher a dimensão do elemento da malha ou o número total de elementos que serão gerados na revolução. Neste trabalho será utilizado um elemento a cada  $10^\circ$  de rotação, ou seja, ao todo são 36 elementos ao redor da circunferência. No campo >Sweep Angle< insira  $360^\circ$  para que ocorra uma revolução completa e no campo >Base Entity List< selecione a malha bidimensional que se deseja rotacionar. Antes de clicar em >Apply< certifique-se que a opção >Delete Original Elements< está marcada e que no campo >Axis< o eixo >Coord 0.1< (referente ao eixo x) está selecionado.

Feito isso deve-se eliminar os nós excedentes selecionando >Equivalence< e >Group< no menu lateral. Na lista de grupos que aparece escolha aquele com o qual se está trabalhando e clique em >Apply<. Dessa forma os nós que estão ocupando a mesma posição na malha são unificados formando um nó apenas. Repetindo este procedimento para todos os grupos obtém-se a Figura 39 na vista >Rear View< (Campo 11 da Figura 6).

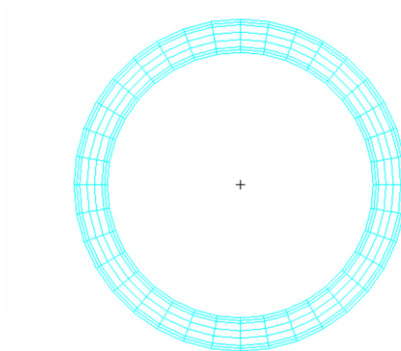


Figura 39: Malha tridimensional

Após gerar a malha é necessário, para simular a flexão, definir uma ligação rígida entre os elementos da seção transversal e o centro da circunferência, assim podemos aplicar o momento apenas no centro da circunferência. Para criar a ligação entre o centro da circunferência deve-se, antes de tudo, gerar um elemento de malha no centro da circunferência onde o momento será aplicado. Selecione então >Create< no menu lateral e no campo >Object< escolha >Node<. Basta inserir a localização desejada no campo >Node Location List<, que nesse caso será [0 0 0], e clicar >Apply<.

Feito isso selecione >MPC< no campo >Object< e >RBE2< no campo >Type< e clique no botão >Define Terms<. Surgirá o menu ilustrado na Figura 40:

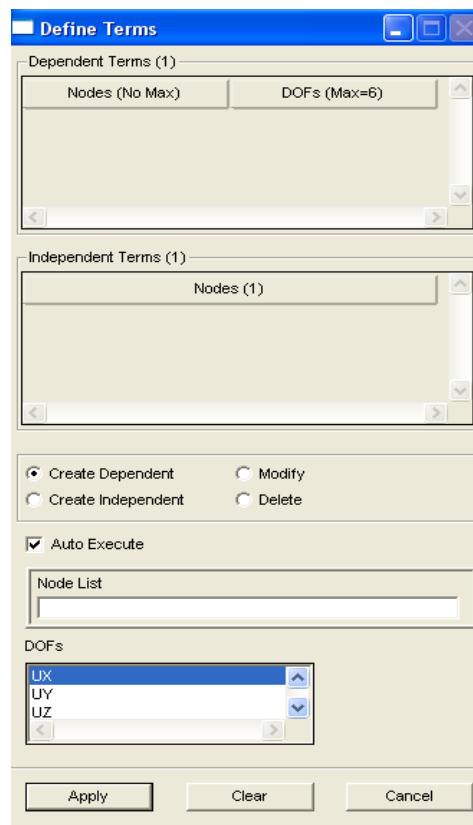


Figura 40: Menu de >MPC<

Selecione então os nós dependentes, ou seja, os elementos da seção transversal que deverão estar conectados rigidamente ao centro da circunferência. Para isso selecione o >Left Side View< (campo 11 da Figura 6) e utilize o polígono selecionador para selecionar apenas os elementos visíveis (ver item 3.2.3). Depois escolha os graus de liberdade que fixam os elementos da seção transversal ao centro na tabela >DOFs< (Figura 40). Por último selecione o nó criado na origem e clique em >Apply<. O >MPC< criado pode ser visto na Figura 41:

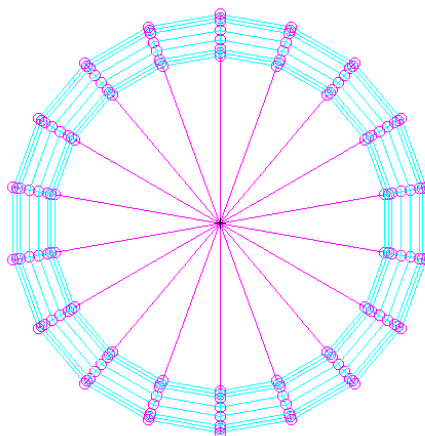


Figura 41: Ligação rígida entre centro e elementos da seção transversal



### 3.1.2.3 Condições de Contorno

A malha do duto tridimensional terá as mesmas condições de contorno que o elemento axissimétrico, a principal diferença ocorre na região de atuação destas condições de contorno.

Começaremos com o vínculo devido a simetria (Figura 72). Primeiro selecione >Loads/BCs< (Campo 3 da Figura 6). Depois selecione >Create< e >Displacement< no menu lateral conforme visto anteriormente. No campo >Input Data< defina >Translations< como <0, , > e >Rotations< como <0,0,0<. No campo >Select Application Region< deve ser selecionada a região de atuação do vínculo, o que exigirá o uso de uma ferramenta que não é utilizada para o elemento axissimétrico.

No menu de seleção marque o primeiro item conforme ilustrado na Figura 42. Desta maneira ao traçarmos o retângulo para selecionar os elementos só estaremos selecionando os elementos visíveis na tela. Assim ao escolhermos a >Right Side View< (Campo 11 da Figura 6) só estaremos vendo os elementos da área de atuação do vínculo, que serão selecionados pelo retângulo. Não se esqueça de selecionar a opção >FEM< no menu lateral.



Figura 42: Menu de seleção

Após selecionar os nós da malha que serão vinculados clique em >Add<, em >OK< e confirme em >Apply<. O vínculo fica visível na malha:

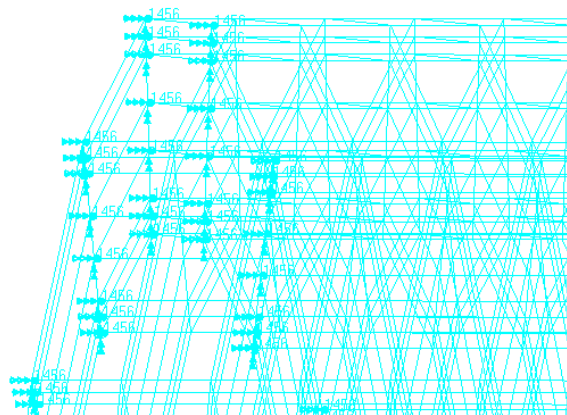


Figura 43: Vínculo na malha tridimensional

O deslocamento (Figura 72) na origem se configura da mesma forma. No entanto em >Input Data< o campo >Translations< deve ser definido com >0,0,0<. Também há uma diferença na região de atuação, esse deslocamento deve ser imposto na região oposta ao vínculo de simetria (origem). Logo deve-se selecionar >Left Side View< (Campo 11 da Figura 6) e como região de atuação deve-se escolher apenas o nó na origem.

Agora se definem as pressões. As pressões atuam na superfície externa do duto externo e na superfície interna do duto interno. Começaremos com a pressão externa. Primeiro selecione >Pressure< no campo >Object<. No campo >New Set Name< defina o nome >Pext< e no campo >Target Element Type< escolha >3D<. O valor da pressão externa é o mesmo usado para o elemento axissimétrico, 10 MPa, que deverá ser inserido no botão >Input Data<. A maior dificuldade surge na hora de selecionar a região de atuação da pressão, ou seja, a casca do duto externo.

Primeiro desmarque a opção de só selecionar elementos visíveis. Depois certifique-se que a opção >Enclose Entire Entity< no menu >Preferences<, >Picking< está marcada. Nós usaremos o polígono para selecionar os elementos de casca. Segure a tecla >Ctrl< e trace um polígono ao redor dos elementos de casca, tomando cuidado de somente englobar estes elementos no polígono. Recomenda-se fragmentar a seleção para evitar erros e repetições desnecessárias, este procedimento está ilustrado na Figura 44:

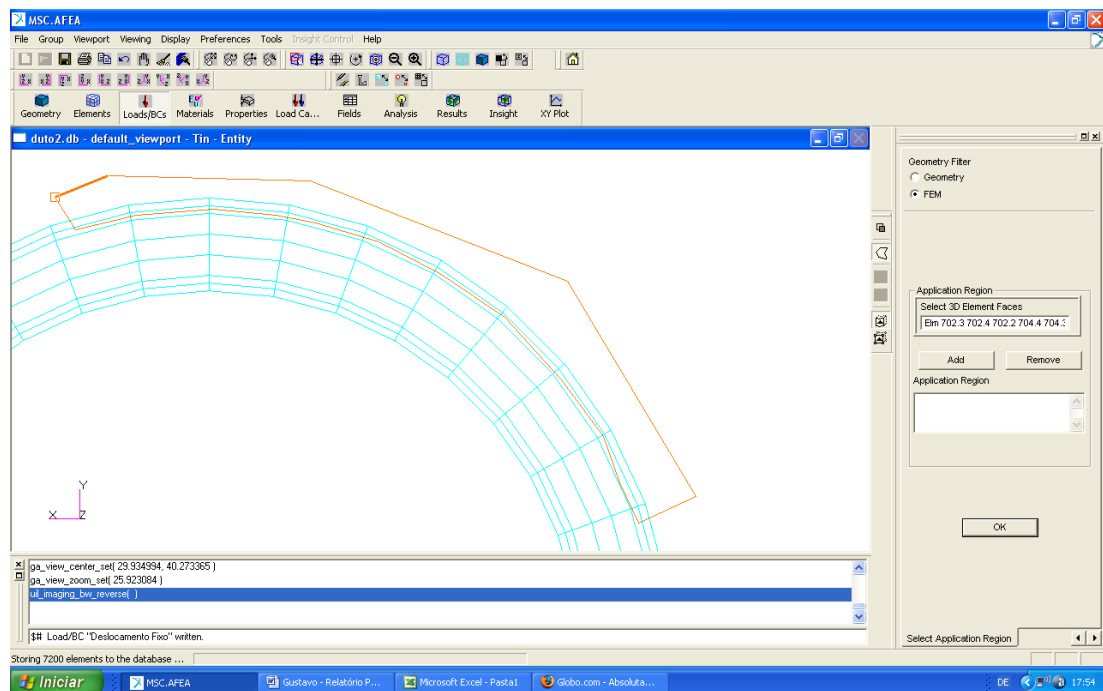


Figura 44: Área de atuação da pressão externa

Após ter selecionado todos os elementos de casca confirme clicando em >OK< e em >Apply<.

Para modelar a pressão interna repita os mesmos passos, só alterando o valor para 1 MPa, pois as duas pressões são configuradas da mesma forma. A única diferença surge na hora de selecionar a área de atuação da pressão interna. Entretanto os elementos devem ser englobados pelo polígono selecionador da mesma maneira conforme ilustrado na Figura 45:

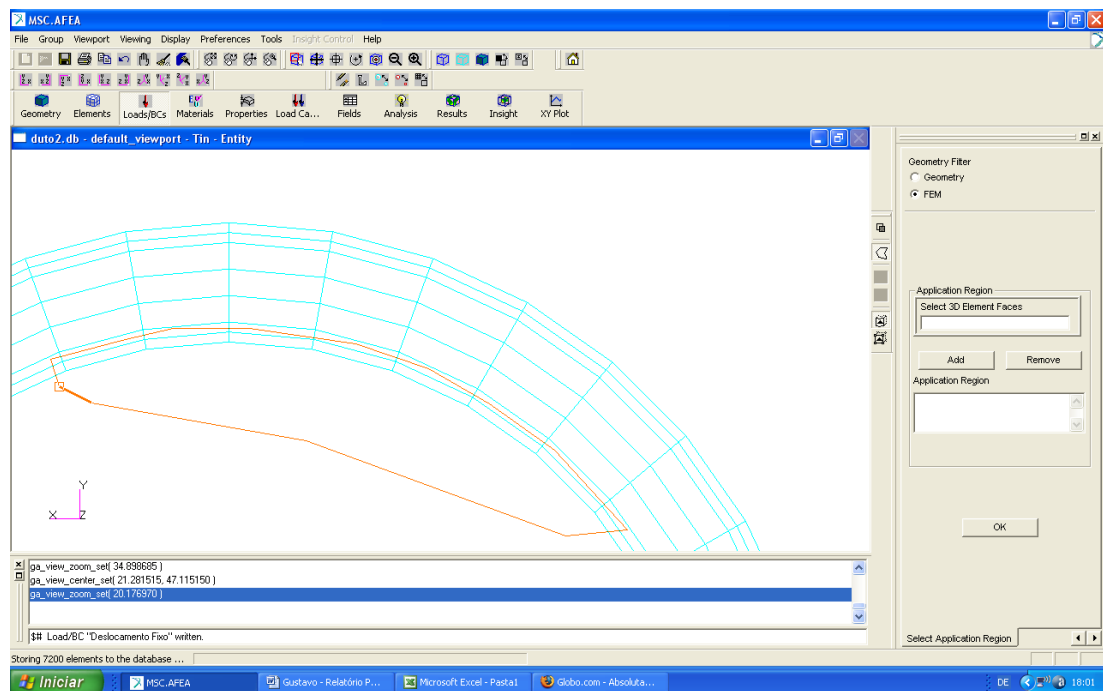


Figura 45: Área de atuação da pressão interna

As duas pressões podem ser vistas através da vista frontal >Right Side View< (Campo 11 da Figura 6).

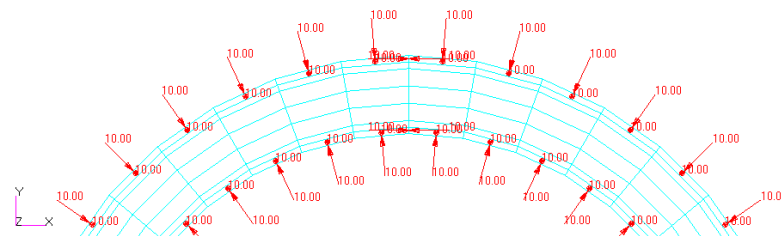


Figura 46: Pressões interna e externa atuando

Os contatos são definidos da mesma forma que são definidos para elementos axissimétricos, ou seja, cada superfície de contato deve ser definida individualmente. Aqui também trabalharemos com um grupo por vez para facilitar na hora de selecionar as superfícies e evitar erros.

Primeiro define-se o grupo com o qual se quer trabalhar. Depois escolha o nome da superfície de contato. Novamente teremos 4 superfícies:

- Tex: referente à região de contato do duto externo
- Tan\_ex: referente à região do duto anular que entra em contato com o duto externo
- Tan\_in: referente à região do duto anular que entra em contato com o duto interno

- Tin: referente à região de contato do duto interno

O campo >Input Data< deverá ser ignorado. No campo >Select Application Region< utilize mais uma vez o polígono para selecionar a superfície de contato e selecione por partes para tornar este procedimento mais fácil. A seleção da superfície “Tan\_ex” está ilustrada abaixo:

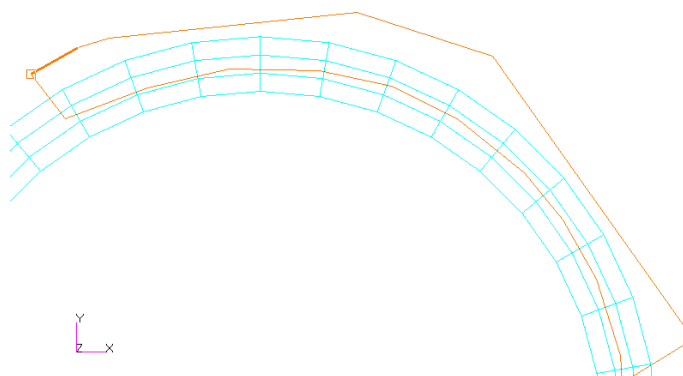


Figura 47: Seleção de superfície de contato

Definidas todas as superfícies de contato:

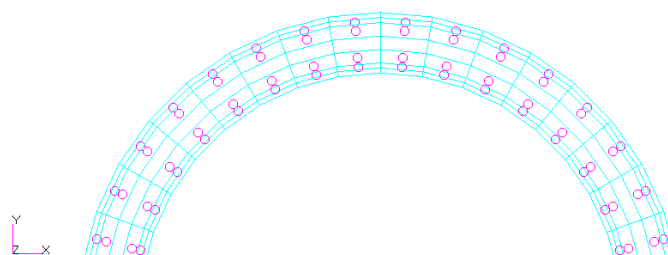


Figura 48: Superfícies de contato definidas

Por último aplica-se o momento na origem (Figura 72). Selecione >Force< no menu lateral e clique em >Input Data<. No campo >Moment< insira >0, 0, 500000< correspondente a um momento de 500000 N.mm no eixo z. Confirme clicando em >Apply< e no menu anterior clique no botão >Select Application Region< para selecionar o nó na origem, que é onde o momento será aplicado.

#### 3.1.2.4 Definição e atribuição de propriedades

A definição dos materiais é a mesma já descrita no capítulo 3.1.4. Portanto siga os mesmos passos já mencionados até o momento de atribuir as propriedades às malhas em >Properties< (Campo 5 da Figura 6).

No caso do duto tridimensional também há a necessidade de se trabalhar com os grupos separadamente, pois os materiais são diferentes. Primeiro exiba somente o

grupo com o qual se deseja trabalhar. Depois selecione, no menu lateral, >Create< no campo >Action<, >3D< no campo >Object< e >Solid< no campo >Type<. Também teremos três propriedades que devem ser atribuídas (Tex, Tan e Tin), uma para cada duto correspondente ao material. No campo >Property Set Name< insira o nome da propriedade e no botão >Input Properties< se define o material conforme já mencionado. Por último selecione toda a malha visível no campo >Select Application Region<, lembrando que a malha deverá corresponder a um duto. Confirme clicando em >Add< e em >Apply<. Esse procedimento deve ser feito para os três dutos.

### 3.1.2.5 Configuração da Análise

A configuração da análise para o duto tridimensional é idêntica à configuração da análise do elemento axissimétrico (Capítulo 3.1.5). A definição da tabela de contato é a mesma e os métodos de acompanhamento e leitura dos resultados são iguais.

## 3.2 Duto flexível (riser)

A modelagem do duto flexível é mais complexa e, portanto, exige um conhecimento mais profundo das funcionalidades do “Patran”, assim como um tempo maior de simulação. O modelo gerado nesse trabalho tem suas propriedades geométricas e materiais retiradas de (Ramos Jr *et al*, 2008):

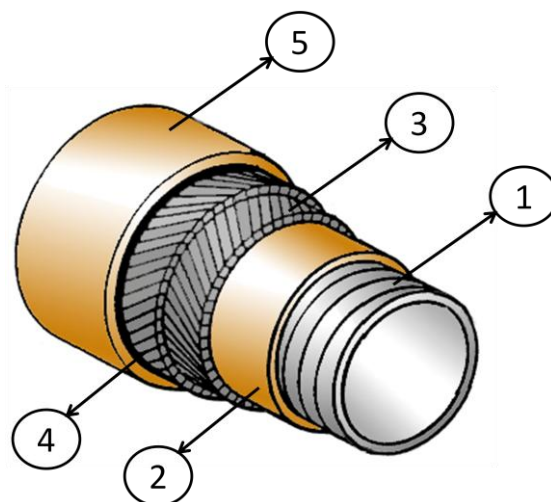


Figura 49: Propriedades do Riser (Ramos Jr. *et al*, 2008)

Para cada camada são usadas as seguintes propriedades:

$D_0$ : diâmetro externo

$D_i$ : diâmetro interno

E: módulo de elasticidade

$\nu$ : coeficiente de Poisson

### 1. Carcaça intertravada

Devido à complexidade geométrica, a modelagem dessa cama será simplificada adotando-se um duto equivalente de aço com as seguintes propriedades:

Tabela 7: Propriedades carcaça intertravada

<b><math>D_i</math> (mm)</b>	<b><math>D_o</math> (mm)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
64,72	70,00	200000	0,3

### 2. Camada interna de plástico

Tabela 8: Propriedades da camada interna de plástico

<b><math>D_i</math> (mm)</b>	<b><math>D_o</math> (mm)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
70,00	82,00	280	0,3

### 3. Armadura helicoidal interna

Para a modelagem das armaduras helicoidais são necessárias outras informações geométricas, além dos diâmetros, pois os tendões precisam ser definidos individualmente.

Tabela 9: Propriedades da armadura helicoidal interna

<b><math>D_i</math> (mm)</b>	<b><math>D_o</math> (mm)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b><math>\nu</math></b>
82,00	86,00	200000	0,3

Cada camada possui 29 tendões com seção transversal retangular (5mm x 2mm). Os tendões têm um ângulo de assentamento ( $\alpha$ ) de  $\pm 55,5^\circ$  em relação ao eixo longitudinal, ou seja, as camadas possuem tendões com orientações opostas. Serão modelados dois passos completos da armadura, o que implica que o duto terá cerca de 237 mm.

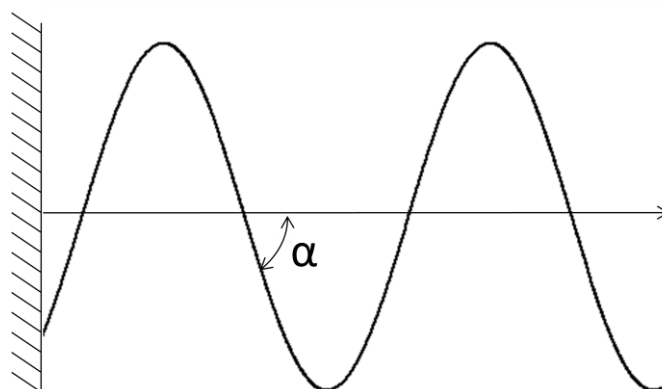


Figura 50: Vista lateral de um tendão

#### 4. Armadura helicoidal externa

Os tendões da armadura helicoidal externa apresentam as mesmas características da armadura interna. As únicas divergências entre as duas armaduras são os diâmetros.

Tabela 10: Propriedades da armadura helicoidal externa

<b>D<sub>i</sub> (mm)</b>	<b>D<sub>0</sub> (mm)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b>ν</b>
86,00	90,00	200000	0,3

#### 5. Camada externa de plástico

Tabela 11: Propriedades da camada externa de plástico

<b>D<sub>i</sub> (mm)</b>	<b>D<sub>0</sub> (mm)</b>	<b>E (MPa)</b>	<b>ν</b>
90,00	100,00	320	0,3

##### 3.2.1 Definição da geometria

Cada camada será modelada separadamente, para isso devem ser criados 5 grupos seguindo os passos já descritos no capítulo 3.1.1.1. Os grupos utilizados nesse trabalho estão listados na Tabela 12 e, inicialmente, não possuem nenhuma superfície associada.



Tabela 12: Grupos do riser

Group	Surface ID List
Carcaca	-
Plast_int	-
Arm_int	-
Arm_ext	-
Plast_ext	-

Inicia-se a modelagem a partir da carcaça intertravada, portanto exiba o grupo “Carcaca” seguindo as instruções do capítulo 3.1.1.1. Mais uma vez a estratégia adotada para a geração das geometrias axissimétricas será a revolução ao redor do eixo de simetria x. Clique então em >Geometry< no menu principal (Campo 1 da Figura 6) para abrir o menu lateral. Selecione >Create< no campo >Action<, >Surface< no campo >Object< e em >Method< escolha >XYZ<. Surgirá um menu igual ao ilustrado na Figura 10 que deverá ser preenchido da seguinte forma:

Surface ID List: 1

Refer. Coordinate Frame: Coord 0

Vector Coordinates List: <237 2.64 0>

Origin Coordinates List: [0 32.36 0]

O mesmo procedimento deve ser utilizado para a geração do perfil de revolução das camadas plásticas. Para a camada plástica interna (grupo “Plast\_int”) tem-se:

Surface ID List: 2

Refer. Coordinate Frame: Coord 0

Vector Coordinates List: <237 6 0>

Origin Coordinates List: [0 35 0]

Para a camada plástica externa (grupo “Plast\_ext”) tem-se:

Surface ID List: 3

Refer. Coordinate Frame: Coord 0

Vector Coordinates List: <237 5 0>

Origin Coordinates List: [0 45 0]

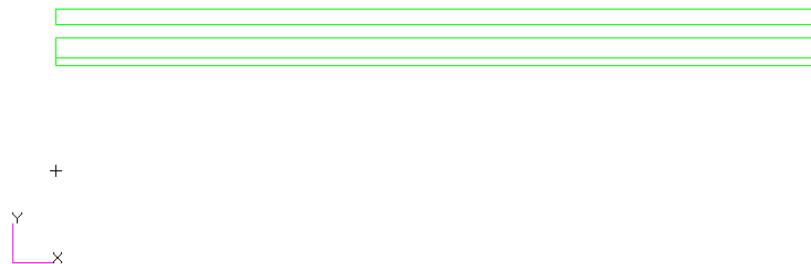


Figura 51: Perfil das camadas plásticas e da carcaça intertravada

As armaduras helicoidais serão geradas a partir de linhas helicoidais que definem um tendão. Sobre essas linhas helicoidais serão, posteriormente, extrudadas as malhas dos tendões formando, assim, um modelo de tendão para cada armadura. A partir dos modelos serão gerados 29 tendões ao redor do eixo de simetria para formar cada armadura.

Começaremos com a armadura interna. Primeiro exiba o grupo “Arm\_int” e selecione, no menu lateral, >Create<, >Curve< e >XYZ<. Nesse passo será criada a curva que definirá o caminho a ser percorrido pela linha helicoidal, portanto será gerada uma curva que acompanha o eixo longitudinal do duto. Preencha, então, o menu lateral com os valores <29.625 0 0> no campo >Vector Coordinates List< e [0 0 0] no campo >Origin Coordinates List<.

Essa curva deverá ser repetida ao longo de todo o duto, pois, para a geração de linha helicoidal, será feita uma soma de curvas que exige uma segmentação das curvas guias. Para isso escolha no menu lateral >Transform<, >Curve< e >Translate<. No campo >Direction Vector< insira um vetor igual ao comprimento de cada segmento, nesse caso <29.625 0 0>. No campo >Repeat Count< insira >7<, esse valor corresponde ao número de passos da armadura helicoidal, como serão gerados dois passos e já temos um segmento só são necessários sete segmentos adicionais. Por último selecione, com um clique do mouse, a geometria que deverá ser transladada (“Curve 1”). Repare que, apesar da linha gerada ser contínua, ela é dividida em oito segmentos.



Figura 52: Segmentação da linha longitudinal

Resta agora gerar a outra linha guia que será usada na soma de curvas para gerar a linha helicoidal, essa curva nada mais é que uma circunferência ao redor do eixo de simetria com diâmetro igual ao diâmetro interno da armadura interna. No entanto, pelo mesmo motivo já discutido nos últimos parágrafos, essa curva também deve ser segmentada, a circunferência será dividida em quatro arcos. Selecione no menu lateral >Create<, >Curve< e >2D ArcAngles<. No campo >Radius< preencha >42< (média entre raio interno e externo da armadura interna), no campo >Eng Angle< >90.0<, no campo >Construction Plane List< >Coord 0.1< e no campo >Center Point List< [0 0 0].

Após gerar o arco selecione no menu lateral >Transform<, >Curve< e >Rotate<. No campo >Axis< insira >Coord 0.1<, no campo >Rotation Angle< >90.0<, no campo >Repeat Count< >3< e no campo >Curve List< selecione, com um clique do mouse, a curva que será rotacionada (Curve 9). Repare novamente na segmentação da circunferência.

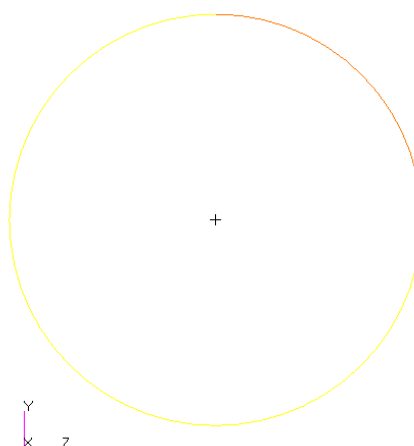


Figura 53: Segmentação da circunferência

Para gerar a linha helicoidal as duas curvas geradas anteriormente, a circunferência e a linha longitudinal, devem ser somadas. Selecione no menu lateral >Transform<, >Curve< e >Vsum<. No campo >Curve 1 List< devem ser selecionados, com o mouse, todos os segmentos da linha longitudinal (Curve 1:8). No campo >Curve 2 List< devem ser selecionados, com o mouse, todos os segmentos da circunferência. Atente que cada segmento da circunferência deve ser selecionado duas vezes, uma vez para cada passo da armadura, e que a seleção deve seguir a ordem na qual os segmentos aparecerão na linha helicoidal. Portanto, no campo >Curve 2 List<, deve ser inserido >Curve 9:12 9:12<.

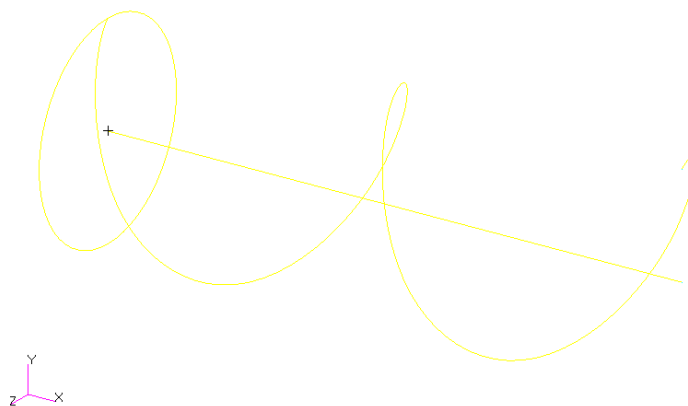


Figura 54: Linha helicoidal

Agora é necessário criar uma superfície que será extrudada ao longo da linha helicoidal para formar o sólido do tendão, a partir do qual será gerada a malha. A superfície do tendão é gerada sobre a extremidade da linha helicoidal definida anteriormente. Selecione, no menu lateral, >Create<, >Surface< e >XYZ<. No campo >Refer. Coordinate Frame< insira >Coord 0<, referente ao sistema de coordenadas que deve ser utilizado, no campo >Vector Coordinates List< defina o vetor  $\langle 0 \ 2 \ 5 \rangle$  e no campo >Origin Coordinates List< defina a origem em  $[0 \ 41 \ -2.5]$ . Dessa forma obtém-se o perfil a ser extrudado do tendão.

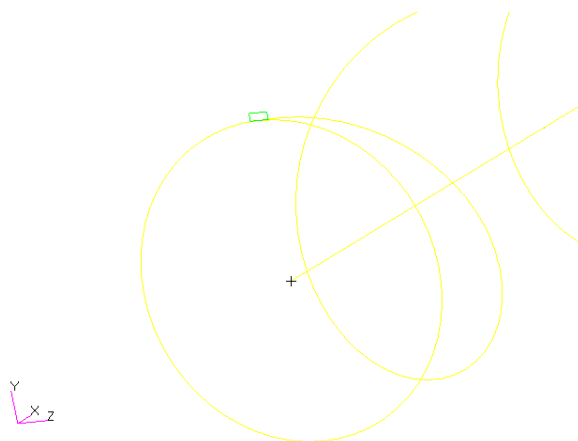


Figura 55: Perfil do tendão a ser extrudado

Para extrudar esse perfil ao longo da linha helicoidal seleciona-se >Create<, >Solid< e >Glide< no menu lateral. O campo >Normal Project Glide< deve ser marcado, no campo >Director Curve List< devem ser inseridos os segmentos que definem a linha helicoidal (Curve 13:20) e no campo >Base Surface List< deve ser inserida a superfície gerada no passo anterior (Surface 4).

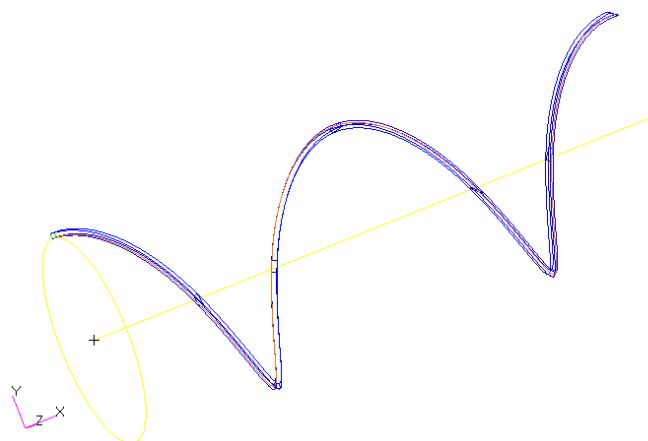


Figura 56: Sólido da armadura interna

A geração da armadura externa segue os mesmos procedimentos da armadura interna, no entanto, além de divergência em relação ao diâmetro, há também uma diferença de orientação dos tendões. Portanto repita todos os passos da armadura interna para a armadura externa até a geração da linha helicoidal, sem esquecer de exibir o grupo “Arm\_ext” e substituir a média entre os raios interno e externo de 42 para 44.

Após gerar a linha helicoidal há a necessidade de se inverter a orientação da linha. Selecione, no menu lateral, >Transform<, >Curve< e >Mirror<. Essa ferramenta serve para refletir a curva e, dessa forma, inverter a orientação da linha helicoidal. No campo >Define Mirror Plane Normal< selecione o plano >Coord 0.2<, marque o campo >Delete Original Curves< e no campo >Curve List< selecione todos os segmentos referentes à linha helicoidal da armadura externa.

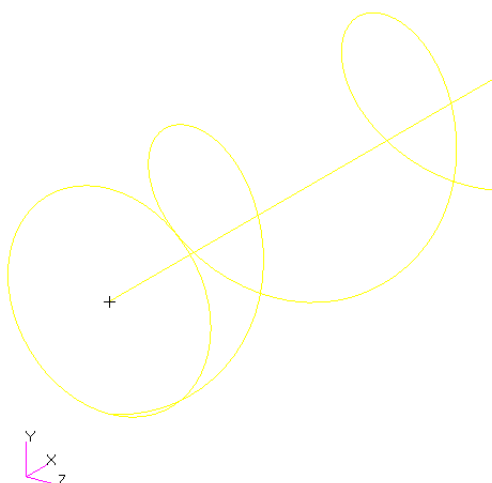


Figura 57: Linha helicoidal invertida

Agora que a linha helicoidal da armadura externa já possui orientação correta, repetem-se os passos restantes da armadura helicoidal interna para a externa.

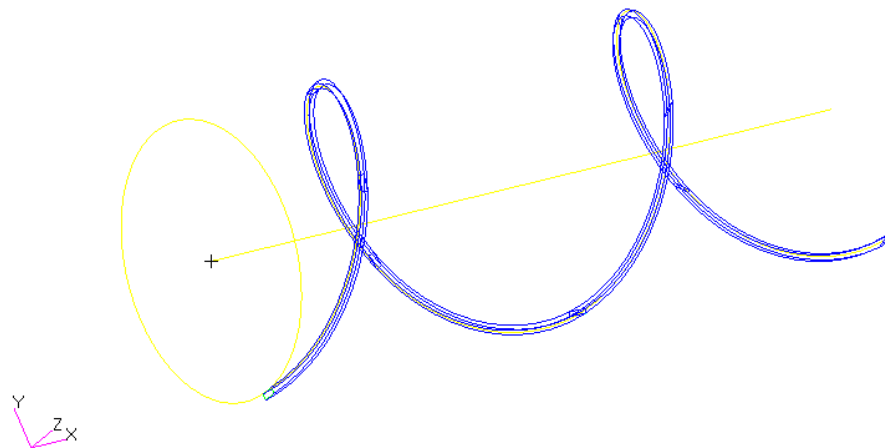


Figura 58: Sólido da armadura externa

Concluída a armadura externa a definição da geometria está terminada e, exibindo todos os grupos, tem-se:

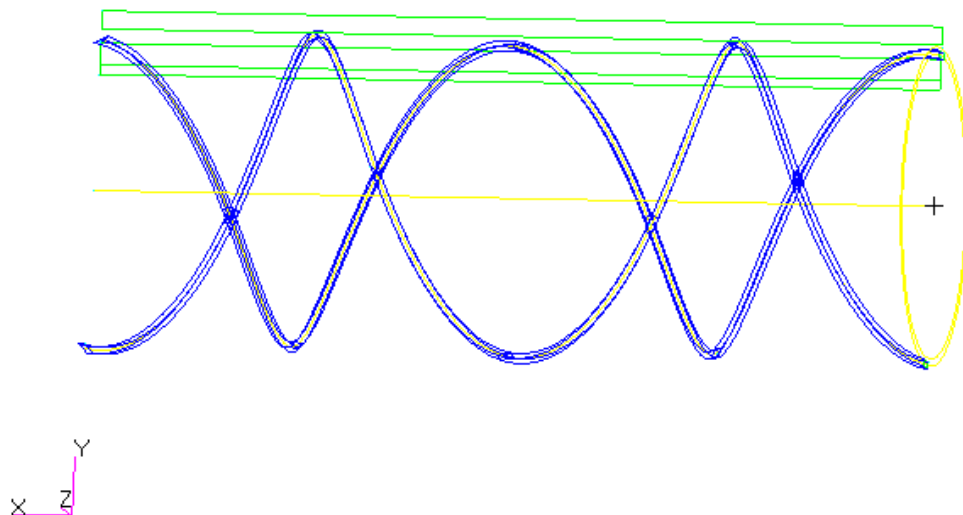


Figura 59: Todos os elementos da geometria do modelo de riser

### 3.2.2 Geração da malha

A geração das malhas das camadas plásticas e carcaça intertravada segue o mesmo procedimento já apresentado nas seções 3.1.1.2 e 3.1.2.2 e, portanto, será feito apenas um pequeno resumo.

As camadas são discretizadas seguindo a Tabela 13 e a Figura 60 (ver seção 3.1.1.2). Depois as malhas são revolucionadas ao redor do eixo de simetria para formar a malha das camadas tridimensionais (ver seção 3.1.2.2).

Tabela 13: Discretização das camadas axissimétricas do riser

Group	Surface ID List	Curve List	Lenght (mm)	Number of Elements
Carcaça intertravada	1	Surface 1.2	1	2
Carcaça intertravada	1	Surface 1.3	5	-
Camada plástica interna	2	Surface 2.2	-	3
Camada plástica interna	2	Surface 2.3	5	-
Camada plástica externa	3	Surface 3.2	-	3
Camada plástica externa	3	Surface 3.3	5	-

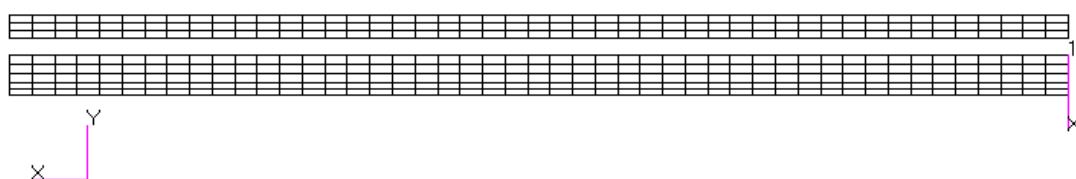


Figura 60: Camadas axissimétricas discretizadas

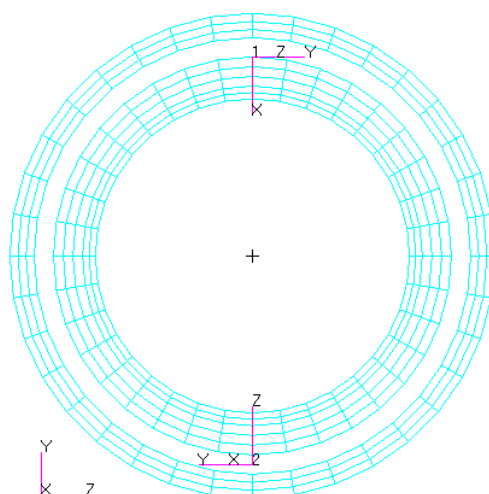
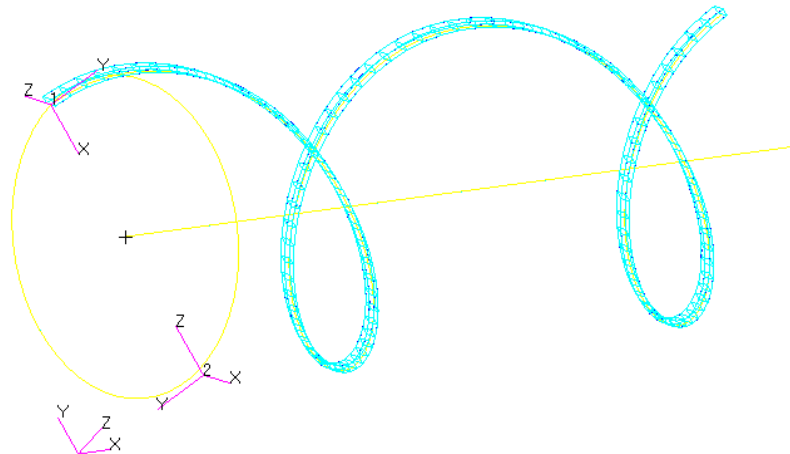


Figura 61: Camadas axissimétricas revolucionadas

Para gerar as malhas clica-se em >Elements< no menu principal (campo 2 da Figura 6). As malhas das armaduras helicoidais são geradas a partir dos sólidos criados no capítulo anterior. Assim exiba o grupo de uma das armaduras e selecione, no menu lateral, >Create<, >Mesh< e Solid. No campo >Element Shape< defina >Hex< e no campo >Topology< escolha >Hex8<, esses parâmetros definem o elemento da malha que será gerada. No campo >Solid List< escolha, clicando com o mouse e segurando a tecla Shift, todos os sólidos componentes do tendão da armadura. O tamanho do elemento da malha deve ser inserido no campo >Global Edge Length<, nesse trabalho será utilizado o tamanho >5<. Conclua clicando em >Apply<.



Feito isso deve-se eliminar os nós excedentes selecionando >Equivalence< e >Group< no menu lateral. Na lista de grupos que aparece escolha aquele com o qual se está trabalhando e clique em >Apply<. Dessa forma os nós que estão ocupando a mesma posição na malha são unificados formando um nó apenas.

Agora que a malha de um tendão está pronta, pode-se gerar a malha dos demais tendões rotacionando a malha do tendão modelado ao redor do eixo de simetria. Para facilitar a configuração do atrito, cada tendão deve ser gerado em um grupo diferente. Como possuímos 1 tendão modelo, que posteriormente será deletado, e a armadura possui 29 ao todo, são necessários 29 grupos adicionais. O tendão modelo deve ser copiado para todos os grupos componentes da armadura e, após rotacionado para gerar os outros tendões, deletado.

Então, depois de gerar os grupos adicionais Arm\_int\_X ou Arm\_ext\_X ( $X=1, \dots, 29$ ) seguindo as instruções do capítulo 3.1.1.1, selecione, dentro do menu lateral >Group<, >Move/Copy< no campo >Action<. No campo >From Group< selecione o grupo do tendão modelo >Arm\_int< ou >Arm\_ext< e no campo >To Group< selecione >Arm\_int\_X< ou >Arm\_ext\_X< ( $X=1, \dots, 29$ ). Marque, por último, >Copy< e clique em >Apply<.

Após gerar os 29 grupos adicionais de cada armadura e copiar o tendão modelo correspondente para os mesmos, exiba um desses grupos e escolha, no menu lateral >Elements<, >Transform<, >Element< e >Rotate<. No campo >Axis< insira >Coord 0.1<, referente ao eixo de simetria x, no campo >Rotation Angle< defina >12.4138 vezes X< e no campo >Repeat Count< >1<, essas características correspondem aos 29 tendões adicionais e ao ângulo de rotação entre eles. Por último selecione todos os



elementos da malha no campo >Element List< e confirme clicando em >Apply<. Para o grupo >Arm\_int\_08< teremos:

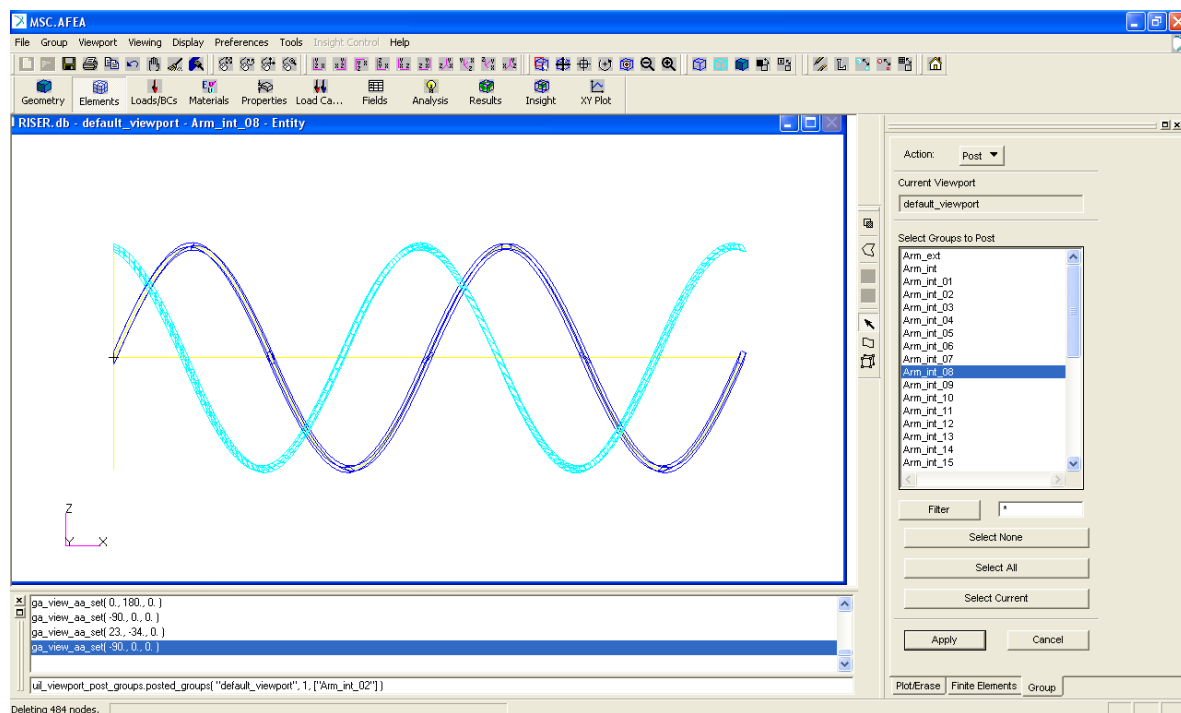


Figura 62: Rotação do tendão modelo

Todos os tendões adicionais (X=1,...,29) são gerados da mesma forma e, após armadura estar completa, deleta-se o grupo modelo (Arm\_int ou Arm\_ext).

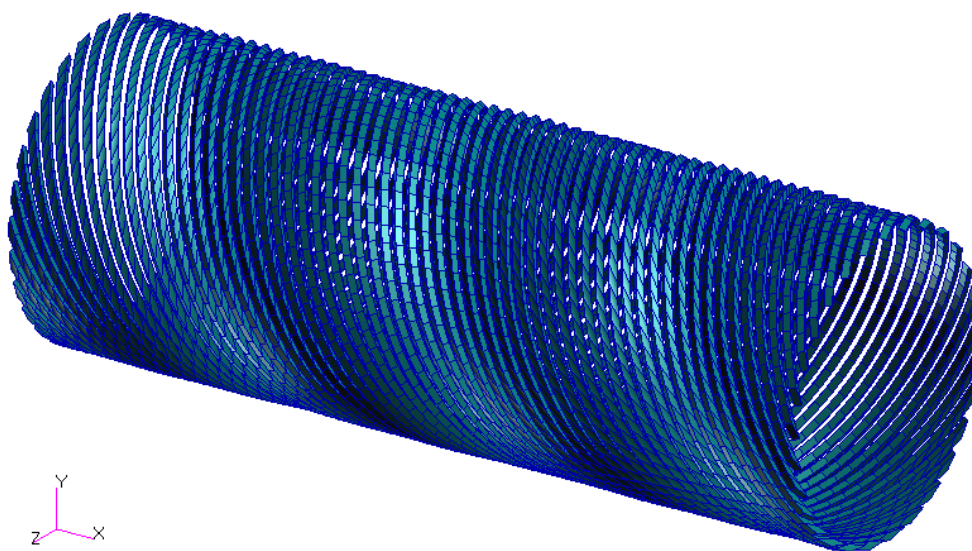


Figura 63: Malha dos tendões da armadura interna

Repetindo esse procedimento para as duas armaduras obtém-se a malha completa do duto flexível.

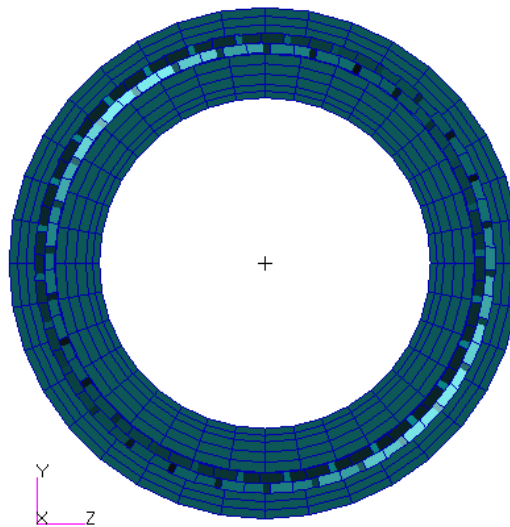


Figura 64: Malhas de todas camadas do riser

### 3.2.3 Condições de contorno

As aplicações de pressões interna e externa e deslocamentos em dutos tridimensionais já foram tratadas na seção 3.1.2.3 e, portanto, não serão revistas neste capítulo. Tanto os deslocamentos, quanto as pressões devem ser modelados de maneira análoga àquela vista anteriormente.

O objetivo desta seção é tratar do atrito em dutos flexíveis, que envolve mais pares de contato do que em dutos sanduíche. Para simplificar a modelagem do problema não serão configuradas superfícies de contato, mas sólidos que entram em contato entre si. Esta abordagem é mais genérica, pois considera todas as superfícies do sólido e não apenas aquelas que poderiam entrar em contato com outro sólido. Esse método, apesar da modelagem mais simples, envolve um tempo consideravelmente maior de simulação, já que até as hipóteses impossíveis de contato, superfícies não adjacentes por exemplo, devem ser analisadas quando se determinam sólidos que entram em contato um com o outro.

Nesse trabalho são considerados 61 sólidos de contato: 1 para a carcaça intertravada, 1 para a camada plástica interna, 1 para a cama plástica externa, 29 para a armadura helicoidal interna (um sólido de contato para cada tendão) e 29 para a armadura helicoidal externa (um sólido de contato para cada tendão). Por esse motivo foram gerados, na seção anterior, grupos diferentes para cada tendão, assim a definição de um sólido de contato torna-se mais simples.

Primeiro exiba o grupo correspondente ao sólido de contato que se deseja definir: Carcaca, Plast\_int, Plast\_ext, Arm\_int\_X ou Arm\_ext\_X (X=1,...,29). Então clique em >Loads/BCs< no menu principal (campo 3 da Figura 6) e selecione >Create< e >Contact< no menu lateral. No campo >New Set Name< deve-se dar um nome ao sólido de contato, ou seja, o nome do grupo que está sendo modelado. No campo >Target Element Type< deve ser selecionada a opção >3D< e em >Select Application Region< todo o grupo correspondente deve ser selecionado. Repita este procedimento para todos os 61 grupos camadas.

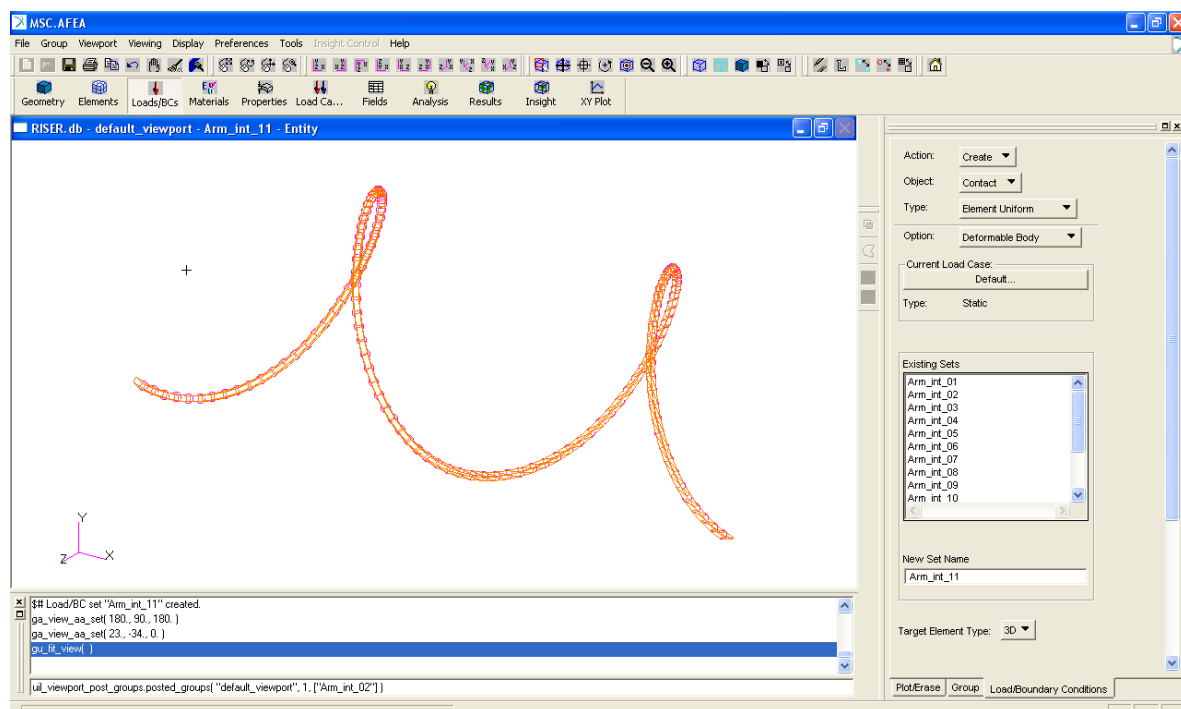


Figura 65: Definição de um tendão como sólido de contato

### 3.2.4 Definição e atribuição de propriedades

A definição dos materiais é a mesma já descrita nos capítulos 3.1.1.4 e 3.1.2.4. Também é necessário trabalhar com cada camada separadamente, pois cada camada possui propriedades distintas. As mudanças em relação aos capítulos anteriores são apenas os valores das propriedades e, obviamente, as camadas do riser que são diferentes do pipe-in-pipe.

Tabela 14: Propriedades dos materiais do riser

Camada	Material	E (MPa)	$\nu$
Carcaça intertravada	Aço	200000	0,3
Camada plástica int	Plástico int	280	0,3
Armadura interna	Aço	200000	0,3
Armadura externa	Aço	200000	0,3
Camada plástica ext	Plástico ext	320	0,3

### 3.2.5 Configuração da Análise

A configuração da análise é semelhante àquela discutida na seção 3.1.1.5, a mudança no duto flexível deve-se à configuração do contato.

Após seguir as etapas preliminares contidas na seção 3.1.1.5 abra a >Contact Table< clicando em >Load Step Creation> e em >Solution Parameters< no menu lateral. No duto flexível, devido aos contatos entre as camadas e entre os tendões, a matriz de contato é definida conforme ilustrado na Figura 66:

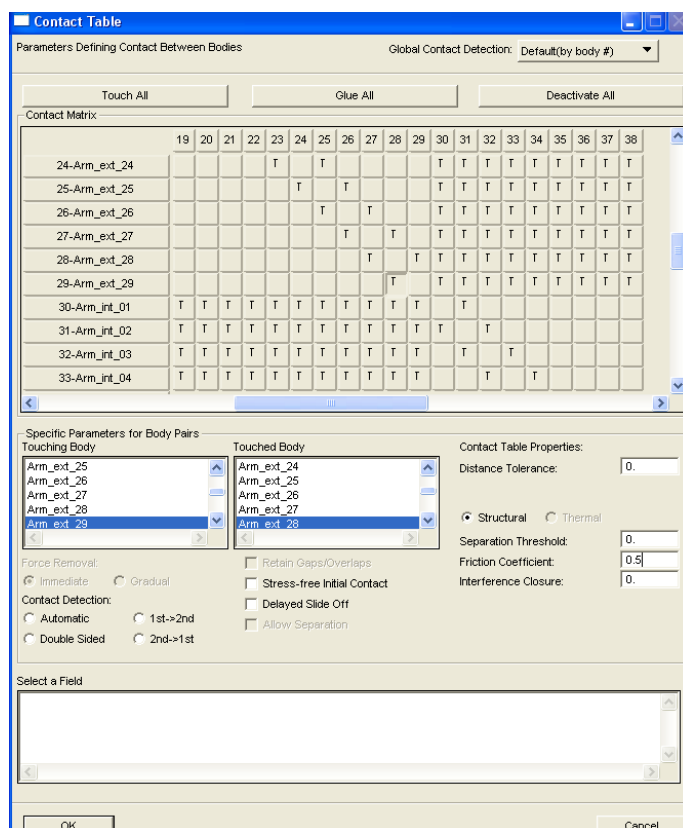


Figura 66: Tabela de contato para o riser

Tabela 15: Layout da tabela de contato

	Ae01	Ae02	...	Ae28	Ae29	Ai01	Ai02	...	Ai28	Ai29	Car	Pe	Pi
Ae01		T			T	T	T	...	T	T		T	
Ae02	T		...			T	T	...	T	T		T	
⋮		...		...		⋮	⋮	...	⋮	⋮		⋮	
Ae28			...		T	T	T	...	T	T		T	
Ae29	T			T		T	T	...	T	T		T	
Ai01	T	T	...	T	T		T			T			T
Ai02	T	T	...	T	T	T		...					T
⋮	⋮	⋮	...	⋮	⋮		...		...				⋮
Ai28	T	T	...	T	T			...		T			T
Ai29	T	T	...	T	T	T			T				T
Car													T
Pe	T	T	...	T	T								
Pi						T	T	...	T	T	T		

Onde:

Ae: representa grupos Arm\_ext (armadura externa)

Ai: representa grupos Arm\_int (armadura interna)

Car: representa o grupo da carcaça intertravada

Pe: representa o grupo Plast\_ext (camada plástica externa)

Pi: representa o grupo Plast\_int (camada plástica interna)

O coeficiente de atrito entre cada camada foi considerado da ordem de 0,5. Cada tendão, além do atrito com as camadas plásticas interna ou externa, entra em contato com os tendões adjacentes dentro da mesma armadura e com todos os tendões da armadura vizinha. A carcaça intertravada só forma par de contato com a camada plástica interna. Com o contato devidamente configurado e seguindo as demais etapas descritas na seção 3.1.1.5 o modelo está apto a ser simulado.

#### 4 DESCRIÇÃO DO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O Método dos Elementos Finitos teve início em estudos de mecânica estrutural entre 1940 e 1960 (Schäfer, 2005) e atualmente, devido ao avanço tecnológico dos computadores, sua aplicação é bastante usual.

A utilização do Método dos Elementos Finitos baseia-se no Método de Galerkin, que será introduzido através de um exemplo (ver Schäfer, 2005).

Consideremos então a equação de Poisson:

$$-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x_i \partial x_i} = f \quad (1)$$

Em mecânica dos sólidos  $\phi$  pode representar o deslocamento no eixo  $i$  ( $i=1, 2$  e  $3$ ) e  $f$  pode representar forças externas distribuídas por unidade de volume. Em uma região  $V$  as condições de contorno são:

- 1:  $\phi = \phi_S$  (representa deslocamento em  $S_1$ )
- 2:  $\frac{\partial \phi}{\partial x_i} n_i = t_S$  (representa tensão em  $S_2$ )

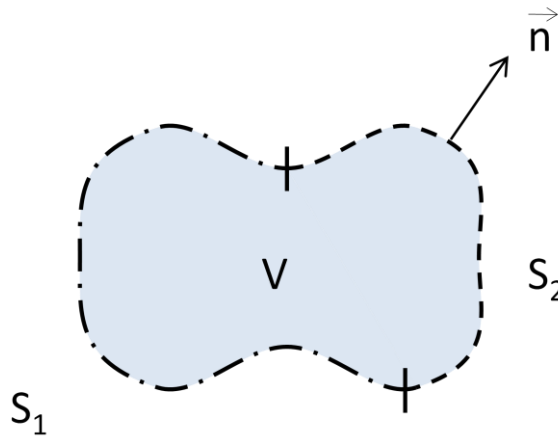


Figura 67: Volume "V" qualquer

Onde a união das superfícies  $S_1$  e  $S_2$  resultam na superfície total da região  $V$ .

Para a função procurada  $\phi = \phi(x)$  temos a seguinte aproximação:

$$\phi(x) = \phi_0(x) + \sum_{k=1}^N c_k \phi_k(x) \quad (2)$$

A função  $\varphi_0(x)$  deve satisfazer a condição de contorno 1, isto é,  $\varphi_0 = \emptyset_S$  em  $S_1$ . As funções  $\varphi_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) restantes devem satisfazer a solução homogênea, ou seja,  $\varphi_k = 0$  em  $S_1$ .

Substituindo a solução aproximada (2) na equação de Poisson (1), obtém-se:

$$-\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_i \partial x_i} - \sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_i \partial x_i} = f \quad (3)$$

Esta equação não é satisfeita para qualquer coeficiente  $c_k$ . Define-se então o resíduo  $R$  entre a aproximação e função  $f$ :

$$R = -\frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_i \partial x_i} - \sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_i \partial x_i} - f \quad (4)$$

A redução do erro é feita forçando os erros a zero em alguns pontos ou regiões. Isso pode ser alcançado igualando a integral ponderada do resíduo a zero.

Para  $j=1, \dots, N$ :

$$\int_V R \omega_j dV = 0 \quad (5)$$

Esse sistema de equações pode ser utilizado para calcular os coeficientes  $c_k$  e chama-se método dos resíduos ponderados.

Caso as funções de ponderação  $\omega_j$  ( $j=1, \dots, N$ ) sejam iguais às funções de aproximação  $\varphi_k$  ( $k=1, \dots, N$ ) tem-se então o método de Galerkin. Assim, para  $j=1, \dots, N$ :

$$\int_V R \varphi_j dV = 0 \quad (6)$$

Substituindo a expressão de  $R$  (4) em (6) temos:

$$-\int_V \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_i \partial x_i} \varphi_j dV - \int_V \sum_{k=1}^N c_k \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_i \partial x_i} \varphi_j dV = \int_V f \varphi_j dV \quad (7)$$

Desenvolvendo essa expressão:

$$-\int_V \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x_i \partial x_i} \varphi_j dV - \sum_{k=1}^N c_k \int_V \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial x_i \partial x_i} \varphi_j dV = \int_V f \varphi_j dV \quad (8)$$

Aplicando o Teorema de Gauss:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV - \int_S \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \varphi_j n_i dS \\ + \sum_{k=1}^N c_k \left( \int_V \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV - \int_S \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \varphi_j n_i dS \right) = \int_V f \varphi_j dV \end{aligned} \quad (9)$$

Como as funções  $\varphi_j$ , conforme definido anteriormente, são nulas em  $S_1$ , pode-se integrar as integrais de superfície apenas em  $S_2$ , pois as duas superfícies unidas representam o todo ( $S$ ). Assim a expressão (9) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV + \sum_{k=1}^N c_k \int_V \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV \\ = \int_V f \varphi_j dV + \int_{S_2} \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \varphi_0 + \sum_{k=1}^N c_k \varphi_k \right) n_i \varphi_j dS \end{aligned} \quad (10)$$

Como  $\varphi = \varphi_0 + \sum_{k=1}^N c_k \varphi_k$ :

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV + \sum_{k=1}^N c_k \int_V \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV \\ = \int_V f \varphi_j dV + \int_{S_2} \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} n_i \varphi_j dS \end{aligned} \quad (11)$$

Assim podemos substituir a segunda condição de contorno na expressão (11). Logo, para todo  $j=1, \dots, N$ :

$$\begin{aligned} \int_V \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV + \sum_{k=1}^N c_k \int_V \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV \\ = \int_V f \varphi_j dV + \int_{S_2} t_s \varphi_j dS \end{aligned} \quad (12)$$

Resulta, dessa forma, um sistema de equações lineares com  $N$  equações e  $N$  incógnitas, representadas pelos coeficientes  $c_k$ :

$$[S] \vec{c} = \vec{b} \quad (13)$$

Onde:

$$S_{kj} = \int_V \frac{\partial \varphi_k}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV$$



$$b_j = \int_{S_2} t_S \varphi_j dS + \int_V f \varphi_j dV - \int_V \frac{\partial \varphi_0}{\partial x_i} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x_i} dV$$

A matriz  $S$  é chamada de matriz de rigidez e o vetor  $b$  de vetor de carregamento. Através da solução do sistema (13) os coeficientes  $c_k$  podem ser determinados e uma solução, que satisfaz a expressão (2), alcançada.

O método de Galerkin é determinado pela função de aproximação  $\varphi_k$ . Se essa função for polinomial e dividida em partes, tem-se o Método dos Elementos Finitos. Assim, pode-se afirmar que o Método dos Elementos Finitos é uma aplicação do Método de Galerkin empregando um tipo específico de função de aproximação.

## 5 RESULTADOS

Este capítulo dedica-se à comparação entre os resultados de modelos analíticos obtidos na literatura e os resultados obtidos numericamente pelo método dos elementos finitos.

### 5.1 Duto sanduíche (pipe-in-pipe)

O duto pipe-in-pipe será simulado através do Método dos Elementos Finitos, seguindo os modelos discutidos no Capítulo 3. Serão analisados 3 carregamentos distintos:

- 1- Tração pura
- 2- Tração e pressões interna e externa
- 3- Flexão

Os parâmetros de cada carregamento estão reunidos na Tabela 16. Em todos os casos foi considerado o atrito entre as camadas, que foi modelado como atrito de Coulomb com coeficiente de atrito igual a 0,5.

Tabela 16: Tabela de parâmetros dos carregamentos

Carregamento	$p_0$ (MPa)	$p_i$ (MPa)	M (N.mm)	$\Delta l$ (mm)
1	-	-	-	1
2	10	1	-	1
3	-	-	500000	-

A geometria e propriedades dos materiais permanecem as mesmas descritas no Capítulo 3.

#### 5.1.1 Análise de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos

A análise da tração partiu do modelo ilustrado na Figura 68:

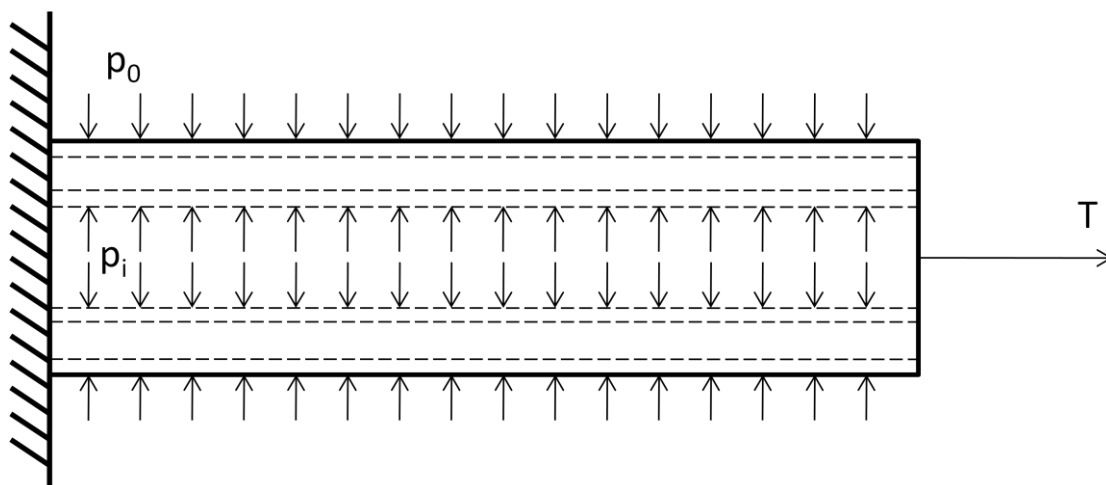


Figura 68: Modelo de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos

Onde as pressões interna e externa só se aplicam para o caso 2 e a tração  $T$  foi simulada impondo um deslocamento (1 mm) na extremidade livre do duto.

Os resultados obtidos através do Método dos Elementos Finitos foram comparados com soluções analíticas, onde algumas simplificações são feitas.

#### 5.1.1.1 Modelo analítico de pipe-in-pipe sob carregamentos axissimétricos

O modelo analítico baseia-se na teoria clássica da elasticidade (Timoshenko & Goodier, 1970) que considera as seguintes hipóteses:

- material com comportamento elástico-linear;
- material homogêneo e isotrópico;
- linearidade geométrica;
- continuidade do meio material;
- carregamento axissimétrico e uniforme ao longo do eixo do tubo;
- seções planas permanecem planas após a deformação;
- todas as camadas adjacentes estão perfeitamente grudadas,
- forças de atrito entre as camadas são desprezíveis;
- deslocamento axial na extremidade livre igual para todas as camadas.

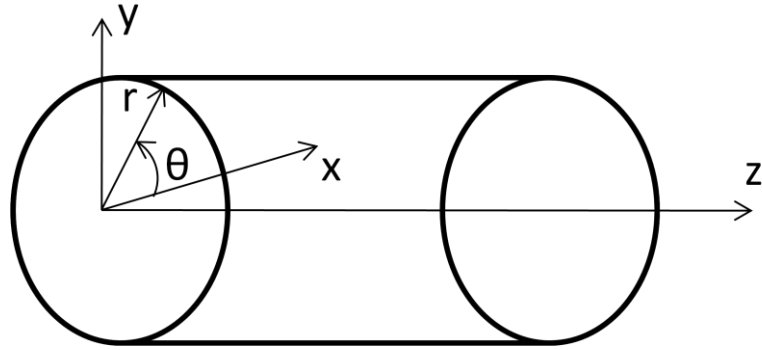


Figura 69: Sistema de coordenadas cilíndrico

Usando um sistema de coordenadas cilíndrico (Figura 69) obtém-se, devido à simetria do problema (simetria da estrutura e do carregamento), as seguintes relações para os deslocamentos em uma camada  $j$  ( $j=1,2$  e  $3$ ) do pipe-in-pipe:

$$\begin{aligned} u_{\theta} &= 0 \\ u_r &= u_r(r) \\ u_z &= u_z(z) \end{aligned} \quad (14)$$

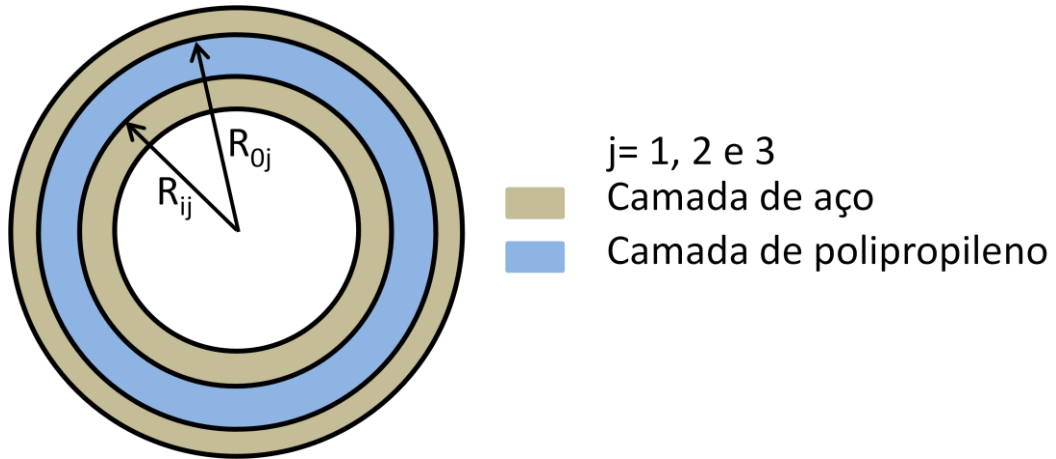


Figura 70: Modelo do pipe-in-pipe

Substituindo as expressões (14) dos deslocamentos nas relações entre deslocamentos e deformações (Timoshenko & Goodier, 1970):

$$\begin{aligned} \varepsilon_r &= \frac{\partial u_r(r)}{\partial r} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{du_r}{dr} \\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{1}{r} \frac{\partial u_{\theta}}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \Rightarrow \varepsilon_{\theta} = \frac{u_r(r)}{r} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}\varepsilon_z &= \frac{\partial u_z(z)}{\partial z} \Rightarrow \varepsilon_z = \frac{du_z}{dz} \\ \gamma_{r\theta} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \theta} - \frac{u_\theta}{r} \Rightarrow \gamma_{r\theta} = 0 \\ \gamma_{rz} &= \frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \Rightarrow \gamma_{rz} = 0 \\ \gamma_{\theta z} &= \frac{\partial u_\theta}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_z}{\partial \theta} \Rightarrow \gamma_{\theta z} = 0\end{aligned}$$

Substituindo as expressões obtidas para as deformações nas equações constitutivas (Timoshenko & Goodier, 1970) obtém-se as seguintes expressões para as tensões:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_r \Leftrightarrow \sigma_r = \lambda \left[ \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} + \frac{du_z}{dz} \right] + 2G \left( \frac{du_r}{dr} \right) \\ \sigma_\theta &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_\theta \Leftrightarrow \sigma_\theta = \lambda \left[ \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} + \frac{du_z}{dz} \right] + 2G \frac{u_r}{r} \\ \sigma_z &= \lambda(\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z) + 2G\varepsilon_z \Leftrightarrow \sigma_z = \lambda \left[ \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} + \frac{du_z}{dz} \right] + 2G \left( \frac{du_z}{dz} \right) \\ \tau_{r\theta} &= G\gamma_{r\theta} = 0 \\ \tau_{rz} &= G\gamma_{rz} = 0 \\ \tau_{\theta z} &= G\gamma_{\theta z} = 0\end{aligned} \tag{16}$$

Onde  $\lambda$  e  $G$  são as constantes de Lammé dadas por:

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{17}$$

Pelas equações diferenciais de equilíbrio (Timoshenko & Goodier, 1970) temos:

$$\begin{aligned}1: \quad & \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + b_r = \frac{\mu \partial^2 u_r}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\ 2: \quad & \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + \frac{2\tau_{r\theta}}{r} + b_\theta = \frac{\mu \partial^2 u_\theta}{\partial t^2} \Rightarrow 0 = 0 \\ 3: \quad & \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} + b_z = \mu \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \Rightarrow \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0\end{aligned} \tag{18}$$

Por fim substitui-se as expressões das tensões (16) nas relações (18). Da 3ª equação tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left[ \lambda \left( \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} + \frac{du_z}{dz} \right) + 2G \frac{du_z}{dz} \right] = 0 \Rightarrow u_z(z) = A_1 z + A_2 \quad (19)$$

Como temos uma superfície engastada ( $u_z(0) = 0$ ) e um deslocamento prescrito na superfície livre ( $u_z(l) = \delta_0$ ):

$$u_z(0) = 0 \Rightarrow A_2 = 0 \quad (20)$$

$$u_z(l) = \delta_0 \Rightarrow A_1 = \frac{\delta_0}{l}$$

$$\varepsilon_z = \frac{du_z}{dz} = A_1 = \frac{\delta_0}{l} \quad (21)$$

Da 1ª equação das relações 18:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ \lambda \left( \frac{du_r}{dr} + \frac{u_r}{r} + \varepsilon_z \right) + 2G \frac{du_r}{dr} \right] + \frac{2G}{r} \left( \frac{du_r}{dr} - \frac{u_r}{r} \right) = 0 \Rightarrow u_r(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r} \quad (22)$$

Para cada camada  $j$  ( $j=1,2$  e  $3$ ) teremos, dessa forma, duas constantes ( $C_1$  e  $C_2$ ) que são funções da geometria da camada ( $R_{ij}$  e  $R_{0j}$ ), das constantes elásticas ( $E_j$ ,  $G_j$ ,  $\lambda_j$  e  $\nu_j$ ), da deformação longitudinal ( $\varepsilon_z = \delta_0/l$ ), que é a mesma para todas as camadas, e das pressões nas superfícies da camada ( $p_{0j}$  e  $p_{ij}$ ).

As condições de contorno aplicadas a uma camada são:

$$\sigma_{rj}(r_{ij}) = -p_{ij} \quad (23)$$

$$\sigma_{rj}(r_{0j}) = -p_{0j}$$

Assim obtém-se para as constantes:

$$C_{1j} = \frac{(p_{ij} r_{ij}^2 - p_{0j} r_{0j}^2)}{(r_{0j}^2 - r_{ij}^2)} \cdot \frac{\nu_j}{\lambda_j} - \nu_j \varepsilon_z \quad (24)$$

$$C_{2j} = \frac{(p_{ij} - p_{0j}) r_{ij}^2 r_{0j}^2}{2G_j (r_{0j}^2 - r_{ij}^2)}$$

Após ter considerado cada camada individualmente, aplica-se as condições de contorno gerais:

- Compatibilidade de deslocamentos entre camadas
  1.  $u_{r1}(r_{01}) = u_{r2}(r_{i2}) \quad r_{01} = r_{i2}$
  2.  $u_{r2}(r_{02}) = u_{r3}(r_{i3}) \quad r_{02} = r_{i3}$
- Compatibilidade de pressões entre camadas
 
$$p_{i1} = p_i$$

$$p_{01} = p_{i2} = p_{c12}$$

$$p_{02} = p_{i3} = p_{c23}$$

$$p_{03} = p_0$$

- Equilíbrio de forças na direção axial

$$3. \quad \sigma_{z1} = E_1 \varepsilon_z + \frac{2v_1(p_{i1}r_{i1}^2 - p_{01}r_{01}^2)}{(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} = \frac{T_1}{\pi(r_{01}^2 - r_{i1}^2)}$$

$$4. \quad \sigma_{z2} = E_2 \varepsilon_z + \frac{2v_2(p_{i2}r_{i2}^2 - p_{02}r_{02}^2)}{(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} = \frac{T_2}{\pi(r_{02}^2 - r_{i2}^2)}$$

$$5. \quad \sigma_{z3} = E_3 \varepsilon_z + \frac{2v_3(p_{i3}r_{i3}^2 - p_{03}r_{03}^2)}{(r_{03}^2 - r_{i3}^2)} = \frac{T_3}{\pi(r_{03}^2 - r_{i3}^2)}$$

$$6. \quad T = T_1 + T_2 + T_3$$

Dessa forma nosso sistema possui 6 equações e 6 incógnitas:  $p_{c12}$ ,  $p_{c23}$ ,  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ . Resolvendo o sistema podemos calcular o campo de deslocamentos e de tensões para cada camada e compará-los com os valores provenientes do Método dos Elementos Finitos. O sistema foi solucionado através do software Matlab e o código implementado encontra-se no Anexo A.

### 5.1.1.2 Comparação dos resultados

Os resultados obtidos numericamente (Anexos C e D) foram confrontados com os obtidos analiticamente comparando-se os valores das tensões radiais e axiais.

#### Caso 1 (tração pura)

Os valores encontrados estão no Gráfico 1, no Gráfico 2 e na Tabela 17.

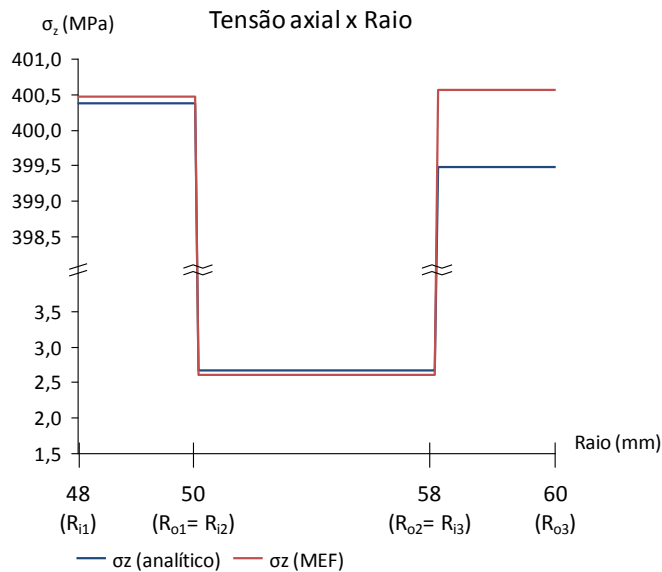


Gráfico 1: Tensão axial x Raio (Caso 1)

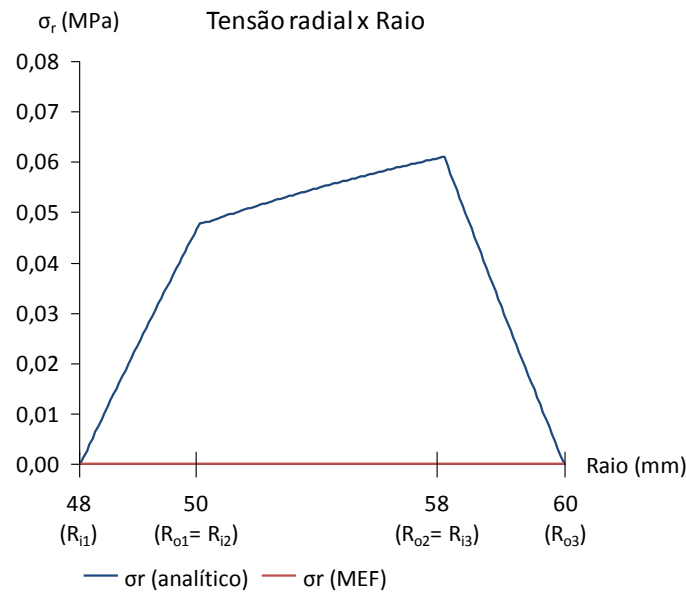


Gráfico 2: Tensão radial x Raio (Caso 1)

Tabela 17: Resultados para o caso 1

$\sigma$ (MPa)	Modelo Analítico			Elementos Finitos		
	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$
$\sigma_{r1}$	0,00	0,02	0,05	0,00	0,00	0,00
$\sigma_{z1}$	400,37	400,37	400,37	400,46	400,46	400,46
$\sigma_{r2}$	0,05	0,05	0,06	0,00	0,00	0,00
$\sigma_{z2}$	2,67	2,67	2,67	2,61	2,61	2,61
$\sigma_{r3}$	0,06	0,03	0,00	0,00	0,00	0,00
$\sigma_{z3}$	399,48	399,48	399,48	400,56	400,56	400,56

Os resultados evidenciam que o modelo analítico se aproxima com uma precisão razoável do modelo de elementos finitos. As divergências podem ter sido causadas pela hipótese de aderência perfeita entre as camadas no desenvolvimento do modelo analítico, já que na simulação do modelo de elementos finitos houve separação das camadas. Outro fator de discordância é o atrito, que é desprezado no modelo analítico e considerado no modelo de elementos finitos.

As tensões radiais calculadas pelo métodos dos elementos finitos são muito pequenas, da ordem de  $10^{-9}$  MPa, e foram consideradas nulas neste caso. Até mesmo as tensões radiais calculadas pelo modelo analítico são bem pequenas. As tensões axiais mostraram o mesmo comportamento nos dois modelos, as tensões são



constantes dentro de cada camada e apresentam valores bastante similares nos dois modelos.

### Caso 2 (tração mais pressões)

Os valores encontrados estão no Gráfico 3, no Gráfico 4, no Gráfico 5 e na Tabela 18.

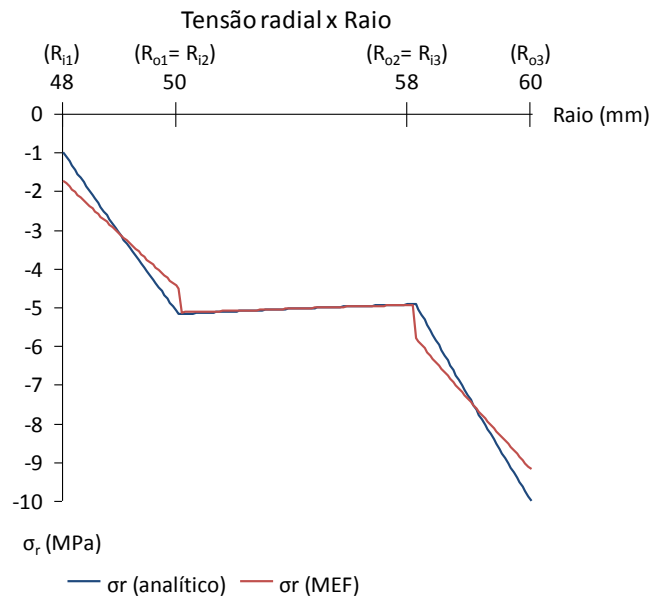


Gráfico 3: Tensão radial x Raio (Caso 2)

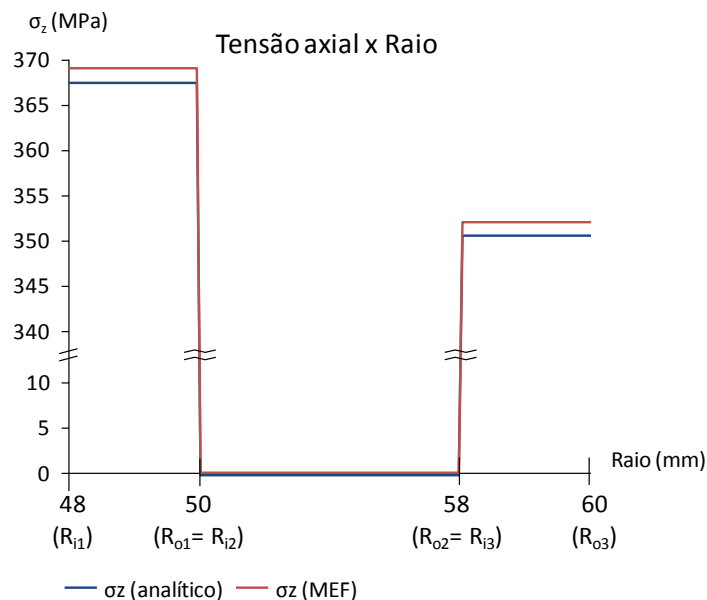


Gráfico 4: Tensão axial x Raio (Caso 2)

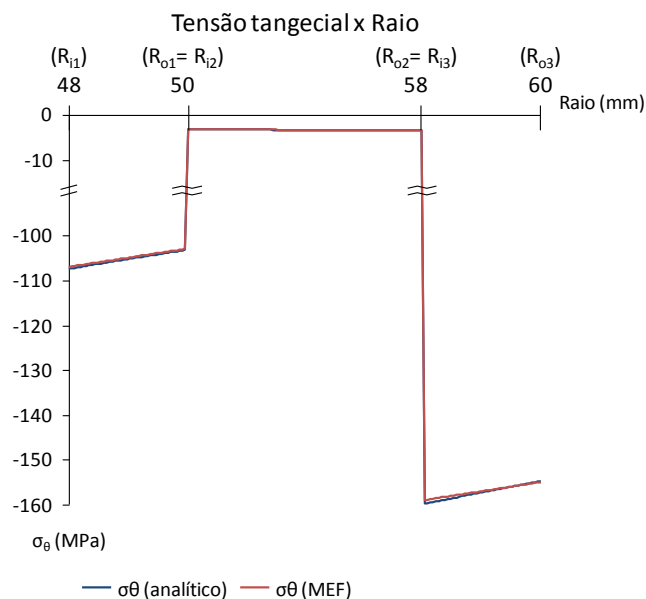


Gráfico 5: Tensão tangencial x Raio (Caso 2)

Tabela 18: Resultados para o caso 2

$\sigma$ (MPa)	Modelo Analítico			Elementos Finitos		
	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$
$\sigma_{r1}$	-1,00	-3,15	-5,17	-1,73	-3,14	-4,51
$\sigma_{z1}$	367,47	367,47	367,47	369,30	369,12	369,08
$\sigma_{\theta 1}$	-107,42	-105,28	-103,25	-107,14	-105,20	-103,8
$\sigma_{r2}$	-5,17	-5,03	-4,92	-5,13	-5,03	-4,94
$\sigma_{z2}$	-0,25	-0,25	-0,25	-0,25	-0,24	-0,23
$\sigma_{\theta 2}$	-3,22	-3,36	-3,47	-3,23	-3,35	-3,46
$\sigma_{r3}$	-4,92	-7,52	-10,00	-5,80	-7,52	-9,19
$\sigma_{z3}$	350,57	350,57	350,57	352,31	352,23	352,11
$\sigma_{\theta 3}$	-159,86	-157,25	-154,78	-159,73	-157,43	-155,20

Os resultados apontam que as tensões, calculadas nos dois modelos, estão de acordo. As tensões axiais apresentam, novamente, valores constantes dentro das camadas em ambos os modelos e seus valores são bem parecidos. No caso da tensão tangencial os valores obtidos são quase idênticos e apresentam a mesma variação com o raio nas camadas.

No entanto as tensões radiais são causadoras de discordâncias. As tensões radiais nos elementos finitos não coincidem com as condições de contorno impostas (pressões interna e externa) e também apresentam valores diferentes numa região de contato entre as camadas. No decorrer das simulações notou-se que esse erro das condições

de contorno está atrelado à interpolação da tensão feita pelo Marc nos nós da malha de elementos finitos. Os valores da tensão tendem às condições impostas quanto mais refinada for a malha.

No entanto quando comparados os deslocamentos em uma região de contato, não houve infrações das equações de compatibilidade. Dessa forma, apesar de as pressões nas áreas de contato não estarem compatíveis, o deslocamento é o mesmo em ambas as superfícies que formam o par de contato.

### 5.1.2 Análise de pipe-in-pipe sob flexão pura

A análise de um pipe-in-pipe sob flexão pura foi feita utilizando o modelo ilustrado na Figura 71:

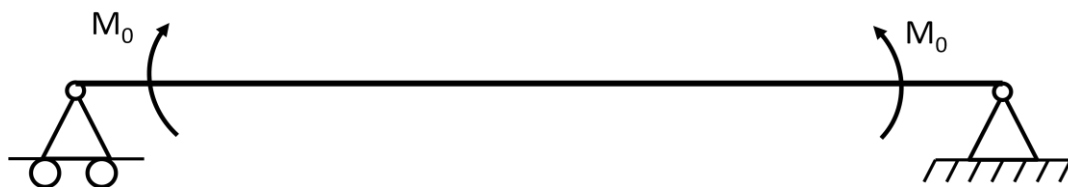


Figura 71: Modelo de carregamento de flexão

Devido à simetria o modelo pode ser simplificado:

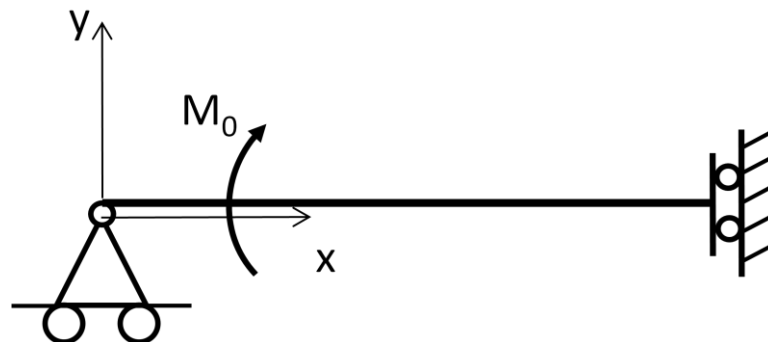


Figura 72: Simplificação do carregamento de flexão

Assim como foi feito na análise da tração, esse modelo será avaliado através do Método dos Elementos Finitos e através de um modelo analítico.

#### 5.1.2.1 Modelo analítico de pipe-in-pipe sob flexão pura

Em virtude da complexidade das equações de elasticidade no caso da flexão, foi escolhido um modelo mais simples para validar os resultados das simulações.

Admitindo que as seções planas permanecem planas após a deformação, temos:

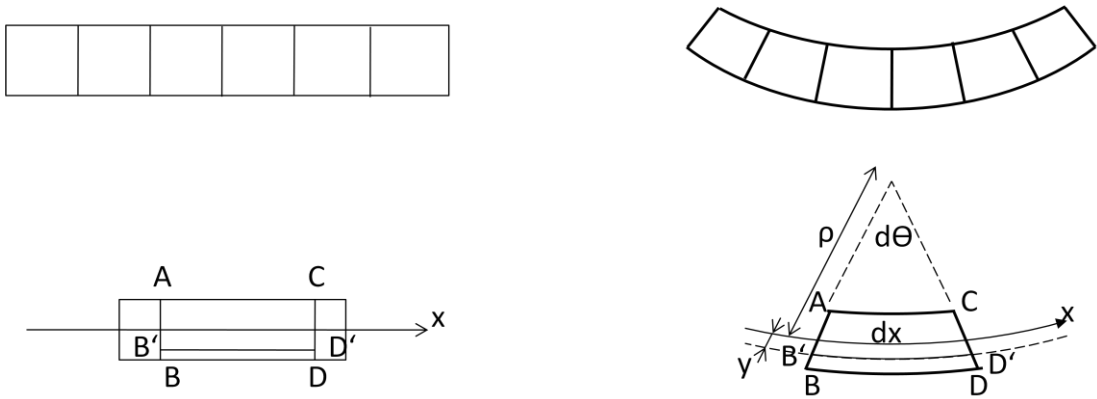


Figura 73: Seção antes e depois da deformação

Onde o raio de curvatura ( $\rho$ ) e a curvatura ( $k$ ) se relacionam através da expressão (25) e são os mesmos para todas as camadas:

$$k = \frac{1}{\rho} \quad (25)$$

Pode-se também calcular a deformação na fibra B'-D' da camada  $j$  ( $j= 1, 2$  e  $3$ ) através do comprimento inicial ( $dx_{0j}$ ) e final ( $dx_{ff}$ ):

$$dx_{0j} = \rho d\theta \quad (26)$$

$$dx_{ff} = (\rho + y_j) d\theta$$

$$\varepsilon_j = \frac{(\rho + y_j) d\theta - \rho d\theta}{\rho d\theta} = \frac{y_j}{\rho} = y_j k \quad (27)$$

Pela Lei de Hooke:

$$\sigma_j = E_j \varepsilon_j = E_j k y_j \quad (28)$$

O momento fletor associado a esta distribuição de tensões na seção transversal é:

$$M_j = \iint \sigma_j y_j dA \quad (29)$$

Substituindo (28) em (29):

$$M_j = \iint E_j k y_j^2 dA = E_j k \iint y_j^2 dA = (E_j I_j) k \quad (30)$$

Onde  $I_j$  é o momento de inércia da camada  $j$  que é dado por:

$$I_j = \frac{\pi}{64} (D_{0j}^4 - D_{ij}^4) \quad (31)$$

Como a somatória do momento em cada camada é igual ao momento aplicado:

$$M_0 = \sum M_j \Rightarrow M_0 = \left[ \sum E_j I_j \right] k \quad (32)$$

Isolando a curvatura k na expressão (32):

$$k = \frac{M_0}{\sum E_j I_j} \quad (33)$$

Substituindo a expressão (33) na expressão (28) obtém-se uma expressão para a tensão normal dentro de uma camada em função do momento aplicado ( $M_0$ ), da rigidez equivalente e da distância até o eixo central ( $y_j$ ).

$$\sigma_j = \frac{M_0}{\sum E_j I_j} E_j y_j \quad (34)$$

Assim pode-se calcular (Anexo B) a tensão normal em cada camada e comparar os valores encontrados com os obtidos na simulação.

### 5.1.2.2 Comparação dos resultados

Os resultados obtidos numericamente (Anexo E) foram confrontados com os obtidos analiticamente analisando-se os valores das tensões axiais nas diferentes camadas.

#### Caso 3 (flexão pura)

Os valores encontrados estão no Gráfico 6 e na Tabela 19.

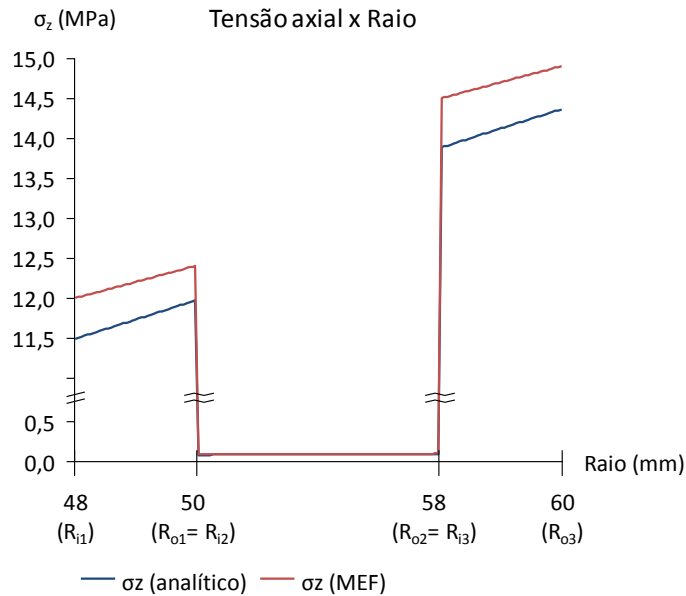


Gráfico 6: Tensão axial x Raio (Caso 3)

Tabela 19: Resultados para o caso 3

	Modelo Analítico			Elementos Finitos		
$\sigma$ (MPa)	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$	$R_{ij}$	$(R_{ij}+R_{oj})/2$	$R_{oj}$
$\sigma_{z1}$	11,67	11,82	12,16	12,00	12,20	12,40
$\sigma_{z2}$	0,08	0,08	0,09	0,08	0,09	0,09
$\sigma_{z3}$	14,10	14,35	14,59	14,50	14,70	14,90

Os resultados obtidos nos dois modelos, numérico e analítico, estão de acordo, só ocorrendo pequenos desvios. A variação linear da tensão radial em relação ao raio foi observada nos dois modelos, tanto no analítico quanto no de elementos finitos.

## 5.2 Duto flexível (riser)

O modelo do duto flexível gerado na seção 3.2, devido aos inúmeros pares de contato e à geometria complexa, é incapaz de ser simulado em um computador pessoal. Esse modelo requer uma quantidade de memória de processamento superior às encontradas nos computadores comuns. Por essa razão será simulado apenas um tendão da armadura helicoidal para fins de validação do modelo.

Esse tendão será submetido a carregamentos de flexão pura e os resultados obtidos serão comparados aos do modelo analítico desenvolvido por (Costello, 1977). O carregamento será o ilustrado abaixo:

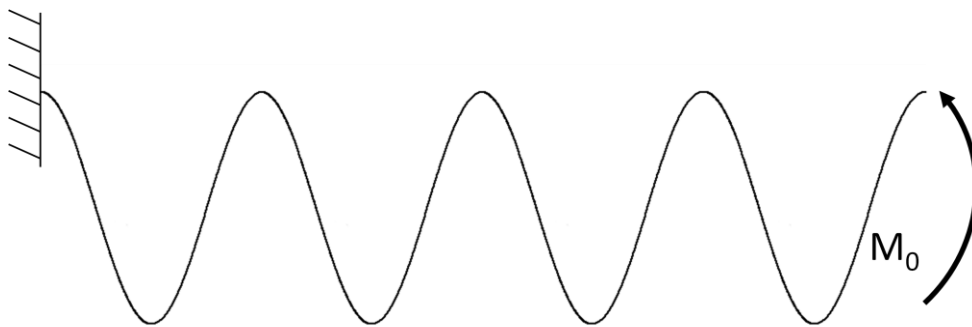


Figura 74: Flexão pura no tendão helicoidal

Serão estudados dois casos, um com uma mola helicoidal de 5 espiras (Caso 4) e outro com 10 espiras (Caso 5). Será analisada a variação dos deslocamentos na extremidade do tendão em função do momento aplicado. Para cada caso será avaliada uma seção transversal circular (raio 2,5 mm), que pode ser comparada ao modelo de (Costello, 1977). A espira da mola analisada possui 44 mm de raio e seu passo apresenta 118,5 mm de comprimento ao longo do eixo central da espira.

### 5.2.1 Modelo analítico do riser sob flexão pura

O modelo analítico foi retirado de (Costello, 1977). As equações de equilíbrio para uma haste fina e curva são:

$$\frac{dN}{ds} - N' \tau_1 + T \kappa'_1 + X = 0 \quad (35)$$

$$\frac{dN'}{ds} - T \kappa_1 + N \tau_1 + Y = 0 \quad (36)$$

$$\frac{dT}{ds} - N \kappa'_1 + N' \kappa_1 + Z = 0 \quad (37)$$

$$\frac{dG}{ds} - G' \tau_1 + H \kappa'_1 - N' + K = 0 \quad (38)$$

$$\frac{dG'}{ds} - H \kappa_1 + G \tau_1 + N + K' = 0 \quad (39)$$

$$\frac{dH}{ds} - G \kappa'_1 + G' \kappa_1 + \Theta = 0 \quad (40)$$

Onde  $s$  é a distância ao longo da linha de centro da haste;  $\kappa_1$ ,  $\kappa'_1$  são componentes da curvatura final;  $\tau_1$  é a torção final,  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ ,  $K$ ,  $K'$  e  $\Theta$  são componentes de força e de momento distribuído por unidade de comprimento ao longo da haste; e  $N$ ,  $N'$ ,  $T$ ,  $G$ ,  $G'$  e  $H$  são componentes de força e de momento atuando na seção transversal. Se a seção transversal da barra helicoidal é circular, então os momentos fletores e de torção,  $G$ ,  $G'$  e  $H$ , estão relacionados às curvaturas iniciais,  $\kappa_0$ ,  $\kappa'_0$ , e à torção inicial,  $\tau_0$ , por:

$$G = A(\kappa_1 - \kappa_0); G' = A(\kappa'_1 - \kappa'_0); H = C(\tau_1 - \tau_0) \quad (41)$$

onde  $A = \frac{\pi E R^4}{4}$ ;  $C = \frac{\pi E R^4}{4(1+\nu)}$ ;  $E$  é o módulo de elasticidade;  $\nu$  é o coeficiente de Poisson e  $R$  é o raio da seção transversal.

Como a haste é inicialmente helicoidal, as curvaturas iniciais e a torção da haste são:

$$\kappa_0 = 0; \kappa'_0 = \frac{\cos^2 \alpha}{r}; \tau_0 = \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} \quad (42)$$

onde  $\alpha$  é o ângulo de assentamento da linha helicoidal e  $r$  é o raio da espira (Figura 75).

A haste helicoidal é então deformada sob a ação de momentos de flexão pura aplicados nas extremidades da haste. Assim  $X = Y = Z = K = K' = \Theta = 0$  e, como não há forças resultantes na seção transversal,  $N = N' = T = 0$ .

As equações 35, 36 e 37 estão satisfeitas e as equações 38, 39 e 40 tornam-se:

$$\frac{dG}{ds} - G' \tau_1 + H \kappa_1' = 0 \quad (43)$$

$$\frac{dG'}{ds} - H \kappa_1 + G \tau_1 = 0 \quad (44)$$

$$\frac{dH}{ds} - G \kappa_1' + G' \kappa_1 = 0 \quad (45)$$

Por virtude das equações 41 e 42, as equações de equilíbrio, 43, 44 e 45, podem ser escritas como:

$$\frac{dG}{ds} + \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{C} \right) G' H - \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} G' + \frac{\cos^2 \alpha}{r} H = 0 \quad (46)$$

$$\frac{dG'}{ds} - \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{C} \right) GH + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} G = 0 \quad (47)$$

$$\frac{dH}{ds} - \frac{\cos^2 \alpha}{r} G = 0 \quad (48)$$

Equações 46, 47 e 48 constituem um sistema de equações diferenciais ordinárias não linear de primeira ordem que pode ser integrado numericamente sob certas condições iniciais.

Se as equações 46, 47 e 48 forem, respectivamente, multiplicadas por  $G$ ,  $G'$  e  $H$  e as equações resultantes adicionadas, o seguinte resultado é obtido:

$$\frac{1}{2} \frac{d}{ds} (G^2 + G'^2 + H^2) = 0 \quad (49)$$

que indica que a magnitude do momento resultante em qualquer seção transversal é constante.

Uma vez que as equações 46, 47 e 48 forem integradas numericamente para  $G$ ,  $G'$  e  $H$ , a equação 41 pode ser utilizada para calcular as curvaturas finais  $\kappa_1$  e  $\kappa_1'$  e a torção final  $\tau_1$ . Sabendo as curvaturas finais e a torção, a tensão torsional final pode ser calculada e a deformação da linha de centro da haste deformada está completamente determinada independente de sua posição no espaço.

Porém uma abordagem mais prática seria assumir que, sob a ação de flexão pura,  $M$ , aplicada perpendicularmente ao eixo original da linha helicoidal, a haste se comporta como uma barra conforme ilustrado na Figura 75. O eixo da haste então se deforma em um círculo de raio  $\rho$ .



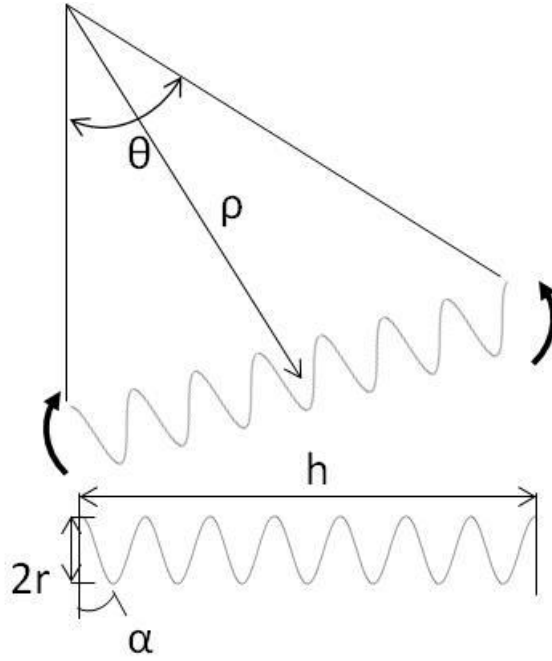


Figura 75: Deformação da haste helicoidal sob flexão pura

Considere o caso onde  $v = 0$  ( $A = C$ ). As equações 46, 47 e 48 tornam-se lineares e a solução do sistema é:

$$G = C_1 \cos ks + C_2 \sin ks \quad (50)$$

$$H = C_1 \cos \alpha \sin ks - C_2 \cos \alpha \cos ks + C_3 \quad (51)$$

$$G' = -C_1 \sin \alpha \sin ks + C_2 \sin \alpha \cos ks + \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} C_3 \quad (52)$$

onde  $k = \frac{\cos \alpha}{r}$ . Igualando  $G = -M$ ,  $H = 0$  e  $G' = 0$  em  $s = 0$  obtém-se:

$$G = -M \cos ks ; H = -M \cos \alpha \sin ks ; G' = M \sin \alpha \sin ks \quad (53)$$

A solução exata (Equação 53) das equações lineares ( $v = 0$ ) pode ser usada como a primeira aproximação no método de Picard para se obter uma solução para o sistema de equações não-lineares (Equações 46, 47 e 48). A substituição da equação 53 nas equações 46, 47 e 48 fornece:

$$\frac{dG}{ds} = \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{C} \right) \sin \alpha \cos \alpha M^2 \sin^2 ks + \frac{\cos \alpha}{r} M \sin ks \quad (54)$$

$$\frac{dG'}{ds} = \left( \frac{1}{A} - \frac{1}{C} \right) \cos \alpha M^2 \sin ks \cos ks + \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{r} M \cos ks \quad (55)$$

$$\frac{dH}{ds} = -\frac{\cos^2 \alpha}{r} M \cos ks \quad (56)$$

Como  $G(0) = -M$ ,  $G'(0) = 0$ ,  $H(0) = 0$ , a integração das equações 25, 26 e 27 resulta em:

$$G = \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{C}\right) \frac{\sin \alpha \cos \alpha}{2} M^2 \left(s - \frac{\sin 2ks}{2k}\right) - M \cos ks \quad (57)$$

$$G' = \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{C}\right) \frac{\cos \alpha}{2k} M^2 \sin^2 ks + M \sin \alpha \sin ks \quad (58)$$

$$H = -M \cos \alpha \sin ks \quad (59)$$

A energia de deformação,  $U$ , na haste helicoidal pode ser dada por:

$$\begin{aligned} U &= \frac{1}{2} \int_0^1 \left( \frac{G^2}{A} + \frac{G'^2}{A} + \frac{H^2}{C} \right) ds \\ &= \frac{1}{2} \left\{ \left( 1 - \frac{A}{C} \right)^2 \frac{M^4 \cos^2 \alpha}{4A^3 k^3} \left[ \sin^2 \alpha \left( \frac{\phi^3}{3} - \frac{\sin 2\phi}{4} \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\phi \cos 2\phi}{2} + \frac{\phi}{8} - \frac{\sin 4\phi}{32} \right) + \frac{3}{8} \phi - \frac{\sin 2\phi}{4} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\sin 4\phi}{32} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left( 1 - \frac{A}{C} \right) \frac{M^3 \sin \alpha \cos \alpha}{A^2 k^2} \left( -\frac{9}{4} \cos \phi - \phi \sin \phi \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{\cos^3 \phi}{12} + \frac{\cos^3 \phi}{3} + 2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{M^2}{2kA} \left[ \phi + \frac{\sin 2\phi}{2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \left( \sin^2 \alpha + \frac{A}{C} \cos^2 \alpha \right) \left( \phi - \frac{\sin 2\phi}{2} \right) \right] \right\} \quad (60) \end{aligned}$$

onde  $\phi = kl$ . Assumindo que a linha helicoidal possui  $n$  espiras  $\phi = 2\pi n$ . Assim a equação 60 pode ser desenvolvida em:

$$U = \kappa_1 M^4 + \kappa_2 M^2 \quad (61)$$

$$\kappa_1 = \frac{1}{8} \frac{v^2 \cos^2 \alpha}{A^3 k^3} 2\pi n \left[ \frac{3}{8} + \left( \frac{(2\pi n)^2}{3} + \frac{5}{8} \right) \sin^2 \alpha \right] \quad (62)$$

$$\kappa_2 = \frac{1}{4Ak} 2\pi n (2 + v \cos^2 \alpha) \quad (63)$$

Igualando o trabalho realizado pelo momento fletor,  $M$ , à energia de deformação tem-se:

$$\kappa_1 M^4 + \kappa_2 M^2 = \int_0^\theta M d\theta \quad (64)$$

Derivando a equação 64 obtém-se:

$$(4\kappa_1 M^2 + 2\kappa_2) \frac{dM}{d\theta} = 1 \quad (65)$$

Enquanto a integração da equação 65 resulta em

$$\frac{4}{3} \kappa_1 M^3 + 2\kappa_2 M = \theta \quad (66)$$

já que  $M(0) = 0$ . Igualando  $\theta = \frac{l \sin \alpha}{\rho}$ , a seguinte expressão é obtida para a curvatura:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{v^2 r^2}{6 \sin \alpha} \left[ \frac{3}{8} + \left( \frac{(2\pi n)^2}{3} + \frac{5}{8} \right) \sin^2 \alpha \right] \left( \frac{M}{EI} \right)^3 + \frac{(2 + v \cos^2 \alpha) M}{2 \sin \alpha EI} \quad (67)$$

onde  $I = \frac{\pi R^4}{4}$ .

A curvatura calculada através da equação 67 pode ser utilizada para determinar os deslocamentos na linha central na extremidade da mola.

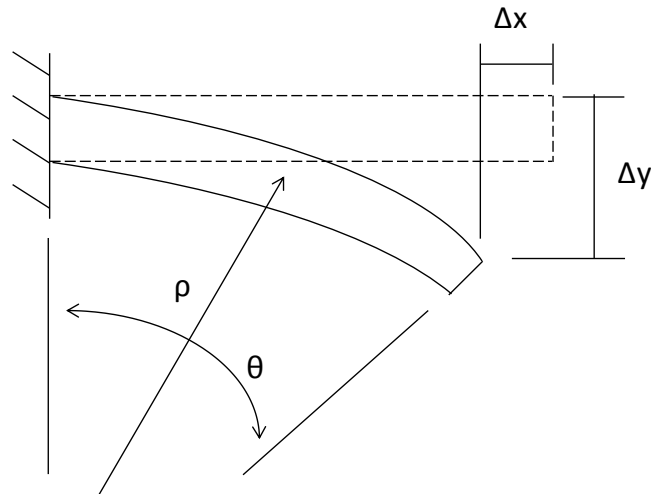


Figura 76: Deslocamentos nas extremidades da mola helicoidal

$$\Delta x = h - \rho \sin \theta \quad (68)$$

$$\Delta y = \rho(1 - \cos \theta) \quad (69)$$

Esses deslocamentos são comparados aos valores dos deslocamentos na extremidade da mola no modelo de elementos finitos.

### 5.2.2 Comparação dos resultados

Os resultados obtidos numericamente (Anexos F e G) foram confrontados com os obtidos analiticamente comparando-se os valores dos deslocamentos.

#### Caso 4 (Mola com 5 espiras)

Os valores encontrados estão no Gráfico 7 e no Gráfico 8.

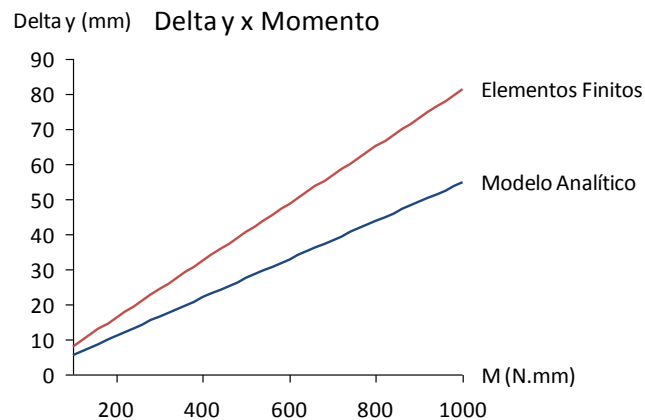


Gráfico 7: Variação no eixo y da extremidade da mola (Caso 4)

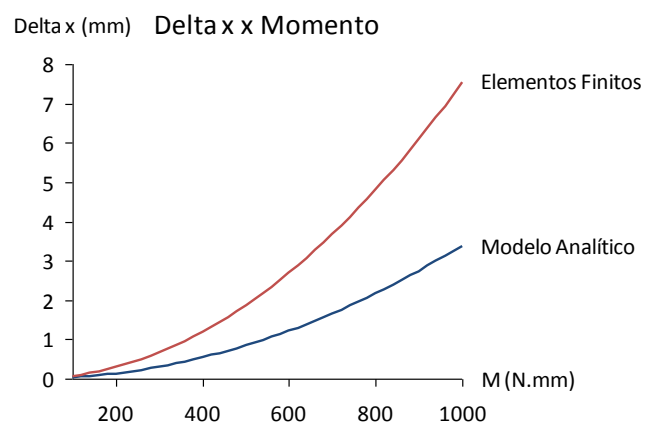


Gráfico 8: Variação no eixo x da extremidade da mola (Caso 4)

Os resultados apresentam grandes discrepâncias. Os deslocamentos são maiores no modelo de elementos finitos, o delta y é cerca de 45% maior e o delta x é quase o dobro do valor obtido no modelo analítico.

### Caso 5 (Mola com 10 espiras)

Os valores encontrados estão no Gráfico 9 e no Gráfico 10.

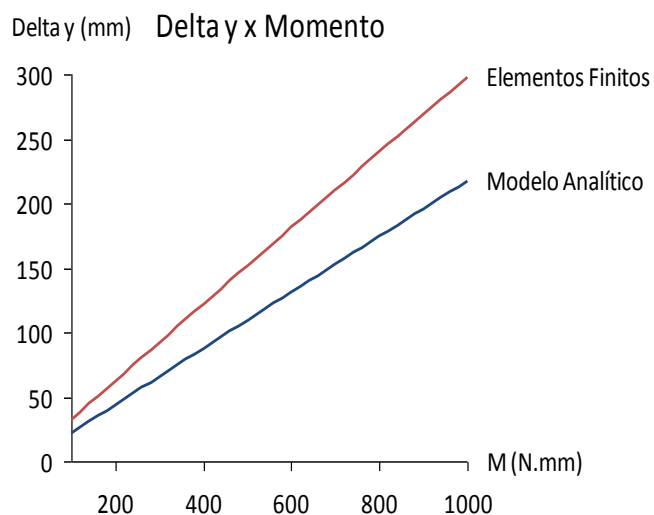


Gráfico 9: Variação no eixo y da extremidade da mola (Caso 5)

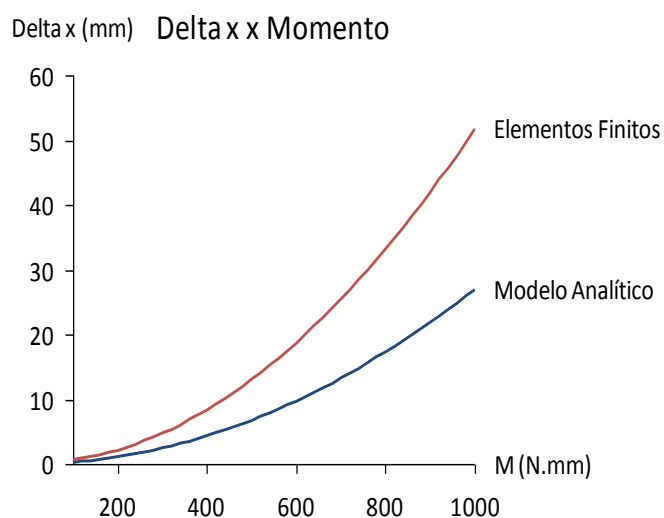


Gráfico 10: Variação no eixo x da extremidade da mola (Caso 5)

Os gráficos revelam o mesmo comportamento do caso 4, as divergências dos modelos são muito grandes. No entanto os desvios relativos entre os modelos diminuem em relação ao caso 4, na simulação de 10 espiras os deslocamentos são 40% maiores no eixo y e 90% no eixo x.

## 6 CONCLUSÃO

A principal dificuldade enfrentada no desenrolar do projeto foi o manuseio do software Patran. O software foi criado pela NASA (National Aeronautics and Space Administration) nos anos 60, o que comprova a sua potência, entretanto a interface com o usuário é confusa acarretando um longo período de aprendizado. Algumas vezes foram notados também alguns “bugs” no software.

A modelagem do duto pipe-in-pipe não se mostrou, após um período de aprendizado no Patran, muito complexa. A aplicação das condições de contorno, que foi a parte mais trabalhosa e que demandou mais tempo, é intuitiva e facilmente corrigida. No entanto, os resultados obtidos para a tensão radial no modelo axissimétrico sujeito a pressões interna e externa mostram que, apesar de as condições de contorno de deslocamentos serem satisfeitas, os carregamentos não coincidem perfeitamente com as condições de contorno impostas.

Os resultados das simulações para o duto pipe-in-pipe, com exceção da tensão radial na tração que já foi comentada, foram bastante satisfatórios. Pode-se afirmar que o modelo analítico validou o modelo de elementos finitos, já que mesmo não sendo utilizada uma malha muito refinada os valores são quase idênticos.

Neste trabalho o atrito no pipe-in-pipe, apesar de considerado nas simulações, não foi estudado a fundo. Uma análise mais cuidadosa poderia estudar a resposta do sistema com diferentes coeficientes de atrito. A flexão, que era o único carregamento atuante no caso 3, poderia também ser estudada em combinação com outros esforços, como pressões internas e externas, o que simularia, com uma precisão maior, as condições sobre as quais os dutos pipe-in-pipe estão sujeitos.

Em relação a dutos flexíveis pode-se afirmar que a modelagem é bem mais trabalhosa. Modelar corretamente os tendões helicoidais das armaduras do riser é uma tarefa bastante desafiadora e complexa, no entanto o modelo apresentado neste trabalho aparenta estar correto. Infelizmente não foi possível verificar a funcionalidade do modelo apresentado, já que o mesmo, por apresentar geometria complexa e inúmeras superfícies de contato, não converge quando simulado em computadores domésticos.

Devido à essa limitação a proposta do projeto foi alterada, com intuito de simplificar o modelo analisado, e apenas um tendão da armadura helicoidal do riser foi

simulado, o que configura uma mola helicoidal. A simulação do tendão isolado dos demais não foi tão bem-sucedida quanto a simulação do duto pipe-in-pipe. Os resultados do modelo analítico divergiram dos resultados do modelo de elementos finitos. Um possível causa é a hipótese de curvatura constante adotada no modelo analítico e que não é válida no modelo de elementos finitos. Outra possível razão seriam erros na modelagem do tendão.

Mesmo sem haver a possibilidade de se simular o modelo do duto flexível como um todo, o que seria ideal, ainda há espaço para novos estudos. O contato poderia ser simplificado analisando-se apenas alguns pares por vez, como, por exemplo, o atrito entre um tendão com seus vizinhos da mesma armadura e alguns tendões da armadura adjacente. A armadura helicoidal também poderia ser analisada individualmente sob algum carregamento. Dessa forma a interação entre os tendões de uma mesma armadura ficaria mais evidente e uma resposta global do sistema seria mais tangível.

Neste trabalho adotou-se um cilindro de aço para simplificar a modelagem da carcaça intertravada. Entretanto, essa simplificação torna-se um fator limitante do modelo, pois ignora o atrito que ocorre na própria carcaça. Uma modelagem da carcaça mais fiel à realidade iria contribuir bastante para a validade do modelo.

## 7 REFERÊNCIAS

1. Bahtui, A., Bahai, H., & Alfano, G. (2008). A Finite Element Analysis for Unbonded Flexible Risers Under Torsion. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
2. Bahtui, A., Bahai, H., & Alfano, G. (2009). Numerical and Analytical Modeling of Unbonded Flexible Risers. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
3. Callister, W. D. (2002). *Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução*. Rio de Janeiro: LTC.
4. Costello, G. A. (1977). Large Deflections of Helical Spring due to Bending. *Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 103, No. 3*, S. 481-487.
5. Custódio, A. B., & Vaz, M. A. (2002). A nonlinear formulaion for the axisymmetric response of umbilical cables and flexible pipes. *Applied Ocean Research*, 21-29.
6. Estefen, S. F. (kein Datum). *Concepções Alternativas para Tubos Flexíveis*. Abgerufen am 15. Junho 2009 von <http://www.coppe.ufrj.br/recope/tecsub/tubos.htm>
7. Kyriakides, S., & Netto, T. (2004). On the dynamic propagation and arrest of buckles in pipe-in-pipe systems. *International Journal of Solids and Structures*, 5463-5482.
8. Lourenço, M. I., Pasqualino, I. P., & Palermo, T. d. (2008). Core material performance on the propagation pressure of sandwich pipes. *ASME 27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Estoril, Portugal.
9. McIver, D. B. (1995). A method of modelling the detailed component and overall structural behaviour of flexible pipe sections. *Engineering Structures*, 254-266.
10. McNamara, J. F., & Harte, A. M. (1992). Three-Dimensional Analytical Simulation of Flexible Pipe Wall Structure. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*.
11. Pasqualino, I., & Estefen, S. (2001). A nonlinear analysis of the buckle propagation problem in deepwater pipelines. *International Journal of Solids and Structures*, 8481-8502.



12. Patel, M. H., & Seyed, F. B. (1995). Review of flexible riser modelling and analysis techniques. *Engineering Structures* , 293-304.
13. Ramos Jr., R., & Pesce, C. P. (2004). A Consistent Analytical Model to Predict the Structural Behavior of Flexible Risers Subjected to Combined Loads. *Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering* .
14. Ramos Jr., R., Martins, C. d., Pesce, C. P., & Roveri, F. E. (2008). A Case Study on the Axial-torsional Behavior of Flexible Risers. *27th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering*. Estoril, Portugal.
15. Ribeiro, R. D., Pinheiro, B. d., & Pasqualino, I. P. (2007). Estudo da pressão de colapso em dutos sanduíches danificados. *4º PDPETRO*. Campinas.
16. Sævik, S., & Bruaseth, S. (2005). Theoretical and experimental studies of the axisymmetric behaviour of complex umbilical cross-sections. *Applied Ocean Research* 27 , 97-106.
17. Sakakibara, N., Kyriakides, S., & Corona, E. (2008). Collapse of partially corroded or worn pipe under external pressure. *International Journal of Mechanical Sciences* , 1586-1597.
18. Schäfer, M. (2005). *Numerische Berechnungsverfahren*. Darmstadt.
19. Seyed, F. B., & Patel, M. H. (1992). Mathematics of Flexible Risers Including Pressure and Internal Flow Effects. *Marine Structures* 5 , 121-150.
20. Teixeira, A., Guedes Soares, C., Netto, T., & Estefen, S. (2008). Reliability of pipelines with corrosion defects. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* , 228-237.
21. Timoshenko, S. P., & Goodier, J. N. (1970). *Theory of Elasticity*. New York: McGraw-Hill.
22. Witz, J. A., & Tan, Z. (1992). On the Axial Torsional Structural Behaviour of Flexible Pipes, Umbilicals and Marine Cables. *Marine Structures* , 205-227.

## 8 ANEXOS

### 8.1 Anexo A: Modelo analítico de tração de um duto sanduíche implementado no Matlab

As equações abaixo (1 a 6), presentes também no capítulo 5.1.1.1, são utilizadas para montar um sistema de equações lineares para as incógnitas  $p_{c12}$ ,  $p_{c23}$ ,  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , sendo os outros parâmetros das equações definidos pelas propriedades dos materiais, pela geometria do problema e pelo carregamento imposto.

- Compatibilidade de deslocamentos entre camadas

$$1. \quad u_{r1}(r_{01}) = u_{r2}(r_{i2}) \quad r_{01} = r_{i2}$$

$$2. \quad u_{r2}(r_{02}) = u_{r3}(r_{i3}) \quad r_{02} = r_{i3}$$

- Compatibilidade de pressões entre camadas

$$p_{i1} = p_i$$

$$p_{01} = p_{i2} = p_{c12}$$

$$p_{02} = p_{i3} = p_{c23}$$

$$p_{03} = p_0$$

- Equilíbrio de forças na direção axial

$$3. \quad \sigma_{z1} = E_1 \varepsilon_z + \frac{2v_1(p_{i1}r_{i1}^2 - p_{01}r_{01}^2)}{(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} = \frac{T_1}{\pi(r_{01}^2 - r_{i1}^2)}$$

$$4. \quad \sigma_{z2} = E_2 \varepsilon_z + \frac{2v_2(p_{i2}r_{i2}^2 - p_{02}r_{02}^2)}{(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} = \frac{T_2}{\pi(r_{02}^2 - r_{i2}^2)}$$

$$5. \quad \sigma_{z3} = E_3 \varepsilon_z + \frac{2v_3(p_{i3}r_{i3}^2 - p_{03}r_{03}^2)}{(r_{03}^2 - r_{i3}^2)} = \frac{T_3}{\pi(r_{03}^2 - r_{i3}^2)}$$

$$6. \quad T = T_1 + T_2 + T_3$$

Após o desenvolvimentos dessas equações tem-se:

$$\begin{bmatrix} \frac{2v_1 r_{01}^2}{r_{01}^2 - r_{i1}^2} & 0 & 0 & -\frac{1}{\pi(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} & 0 & 0 \\ \frac{2v_2 r_{02}^2}{r_{02}^2 - r_{i2}^2} & -\frac{2v_2 r_{02}^2}{r_{02}^2 - r_{i2}^2} & 0 & 0 & -\frac{1}{\pi(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} & 0 \\ 0 & \frac{2v_3 r_{03}^2}{r_{03}^2 - r_{i3}^2} & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{\pi(r_{03}^2 - r_{i3}^2)} \\ 0 & 0 & -1 & 1 & 1 & 1 \\ -\frac{v_1 r_{01}^3}{\lambda_1(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} - \frac{r_{i1}^2 r_{01}}{2G_1(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} - \frac{v_2 r_{i2}^3}{\lambda_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} - \frac{r_{i2}^2 r_{02}}{2G_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} & \frac{v_2 r_{i2}^3}{\lambda_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} + \frac{r_{i2}^2 r_{02}}{2G_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_2 r_{i2}^3}{\lambda_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} + \frac{r_{i2}^2 r_{02}}{2G_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} & -\frac{v_2 r_{02}^3}{\lambda_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} - \frac{r_{i2}^2 r_{02}}{2G_2(r_{02}^2 - r_{i2}^2)} - \frac{v_3 r_{i3}^3}{\lambda_3(r_{03}^2 - r_{i3}^2)} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{c12} \\ p_{c23} \\ T \\ T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2v_1 \pi r_{i1}^2}{r_{01}^2 - r_{i1}^2} - E_1 \varepsilon_z \\ -E_2 \varepsilon_z \\ \frac{2v_3 r_{03}^2 p_0}{r_{03}^2 - r_{i3}^2} - E_3 \varepsilon_z \\ 0 \\ \left( -\frac{v_1 r_{i1}^2 r_{01}}{\lambda_1(r_{01}^2 - r_{i1}^2)} - r_{i1}^2 r_{01} / 2G_1(r_{01}^2 - r_{i1}^2) \right) p_i - (v_2 - v_1) r_{01} \varepsilon_z \\ \left( -\frac{v_3 r_{i3}^2 r_{03}}{\lambda_3(r_{03}^2 - r_{i3}^2)} - r_{i3}^2 r_{03} / 2G_3(r_{03}^2 - r_{i3}^2) \right) p_0 - (v_3 - v_2) r_{i3} \varepsilon_z \end{bmatrix}$$

Resolvendo o sistema ( $A.X=B$ ) podemos calcular o campo de deslocamentos e de tensões para cada camada e compará-los com os valores provenientes do Método dos Elementos Finitos.

```

a=48;
b=50;
c=58;
d=60;
l=500;
delta_l=1;
def=delta_l/l;
p_0=10;
p_i=1;
E(1)=200000;
poisson(1)=0.3;
lambda(1)=(poisson(1)*E(1))/((1+poisson(1))*(1-2*poisson(1)));
G(1)=E(1)/(2*(1+poisson(1)));
E(2)=1300;
poisson(2)=0.34;
lambda(2)=(poisson(2)*E(2))/((1+poisson(2))*(1-2*poisson(2)));
G(2)=E(2)/(2*(1+poisson(2)));
E(3)=200000;
poisson(3)=0.3;
lambda(3)=(poisson(3)*E(3))/((1+poisson(3))*(1-2*poisson(3)));
G(3)=E(3)/(2*(1+poisson(3)));
A(1,1)=(-2*poisson(1)*b^2)/(a^2-b^2);
A(2,1)=(2*poisson(2)*b^2)/(c^2-b^2);
A(3,1)=0;
A(4,1)=0;
A(5,1)=-(poisson(1)*b^3)/(lambda(1)*(b^2-a^2))-(a^2*b)/(2*G(1)*(b^2-a^2))-
(poisson(2)*b^3)/(lambda(2)*(c^2-b^2))-(b*c^2)/(2*G(2)*(c^2-b^2));
A(6,1)=(poisson(2)*b^2*c)/(lambda(2)*(c^2-b^2))+(b^2*c)/(2*G(2)*(c^2-b^2));
A(1,2)=0;

```

$A(2,2)=(-2*\text{poisson}(2)*c^2)/(c^2-b^2);$   
 $A(3,2)=(2*\text{poisson}(3)*c^2)/(d^2-c^2);$   
 $A(4,2)=0;$   
 $A(5,2)=(\text{poisson}(2)*b*c^2)/(\text{lambda}(2)*(c^2-b^2))+(b*c^2)/(2*G(2)*(c^2-b^2));$   
 $A(6,2)=-(\text{poisson}(2)*c^3)/(\text{lambda}(2)*(c^2-b^2))-(b^2*c)/(2*G(2)*(c^2-b^2))-$   
 $(\text{poisson}(3)*c^3)/(\text{lambda}(3)*(d^2-c^2))-(c*d^2)/(2*G(3)*(d^2-c^2));$   
 $A(1,3)=0;$   
 $A(2,3)=0;$   
 $A(3,3)=0;$   
 $A(4,3)=-1;$   
 $A(5,3)=0;$   
 $A(6,3)=0;$   
 $A(1,4)=-1/(\text{pi.}*(b^2-a^2));$   
 $A(2,4)=0;$   
 $A(3,4)=0;$   
 $A(4,4)=1;$   
 $A(5,4)=0;$   
 $A(6,4)=0;$   
 $A(1,5)=0;$   
 $A(2,5)=-1/(\text{pi.}*(c^2-b^2));$   
 $A(3,5)=0;$   
 $A(4,5)=1;$   
 $A(5,5)=0;$   
 $A(6,5)=0;$   
 $A(1,6)=0;$   
 $A(2,6)=0;$   
 $A(3,6)=-1/(\text{pi.}*(d^2-c^2));$   
 $A(4,6)=1;$   
 $A(5,6)=0;$   
 $A(6,6)=0;$   
 $B(1,1)=(-2*\text{poisson}(1)*p_i*a^2)/(a^2-b^2)-E(1)*\text{def};$   
 $B(2,1)=-E(2)*\text{def};$

```

B(3,1)=(2*poisson(3)*d^2*p_0)/(d^2-c^2)-E(3)*def;
B(4,1)=0;
B(5,1)=((-poisson(1)*a^2*b)/(lambda(1)*(b^2-a^2))-(a^2*b)/(2*G(1)*(b^2-
a^2)))*p_i-(poisson(2)-poisson(1))*b*def;
B(6,1)=((-poisson(3)*c*d^2)/(lambda(3)*(d^2-c^2))-(c*d^2)/(2*G(3)*(d^2-
c^2)))*p_0-(poisson(3)-poisson(2))*c*def;
X=inv(A)*B;
pc_12=X(1);
pc_23=X(2);
F=X(3);
F_1=X(4);
F_2=X(5);
F_3=X(6);
r_1=b;
r_2=c;
r_3=d;
sigma_r_1=(p_i*a^2-pc_12*b^2)/(b^2-a^2)-((p_i-pc_12)*a^2*b^2)/((b^2-
a^2)*r_1^2)
sigma_teta_1=(p_i*a^2-pc_12*b^2)/(b^2-a^2)+((p_i-pc_12)*a^2*b^2)/((b^2-
a^2)*r_1^2)
sigma_z_1=(2*poisson(1)*(p_i*a^2-pc_12*b^2))/(b^2-a^2)+E(1)*def
u_r_1=(p_i*a^2-pc_12*b^2)/(b^2-a^2)*r_1+(((p_i-pc_12)*a^2*b^2)/(2*G(1)*(b^2-
a^2)))/r_1
sigma_r_2=(pc_12*b^2-pc_23*c^2)/(c^2-b^2)-((pc_12-pc_23)*b^2*c^2)/((c^2-
b^2)*r_2^2)
sigma_teta_2=(pc_12*b^2-pc_23*c^2)/(c^2-b^2)+((pc_12-pc_23)*b^2*c^2)/((c^2-
b^2)*r_2^2)
sigma_z_2=(2*poisson(2)*(pc_12*b^2-pc_23*c^2))/(c^2-b^2)+E(2)*def
u_r_2=(pc_12*b^2-pc_23*c^2)/(c^2-b^2)*r_2+(((pc_12-pc_23)*b^2*c^2)/((c^2-
b^2)*2*G(2)))/r_2
sigma_r_3=(pc_23*c^2-p_0*d^2)/(d^2-c^2)-((pc_23-p_0)*c^2*d^2)/((d^2-
c^2)*r_3^2)

```

$$\sigma_{\theta_3} = (p_{c23} \cdot c^2 - p_0 \cdot d^2) / (d^2 - c^2) + ((p_{c23} - p_0) \cdot c^2 \cdot d^2) / ((d^2 - c^2) \cdot r_3^2)$$

$$\sigma_{z_3} = (2 \cdot \nu(3) \cdot (p_{c23} \cdot c^2 - p_0 \cdot d^2)) / (d^2 - c^2) + E(3) \cdot \epsilon$$

$$u_{r_3} = (p_{c23} \cdot c^2 - p_0 \cdot d^2) / (d^2 - c^2) \cdot r_3 + (((p_{c23} - p_0) \cdot c^2 \cdot d^2) / ((d^2 - c^2) \cdot 2 \cdot G(3))) / r_3$$

## 8.2 Anexo B: Modelo analítico de flexão de um duto sanduíche implementado no Matlab

```

M_0=500000;
E(1)=200000;
E(2)=1300;
E(3)=200000;
D_0(1)=100;
D_0(2)=116;
D_0(3)=120;
D_i(1)=96;
D_i(2)=100;
D_i(3)=116;
r_1=D_0(1)/2;
r_2=D_0(2)/2;
r_3=D_0(3)/2;
I(1)=(pi./64)*(D_0(1)^4-D_i(1)^4);
I(2)=(pi./64)*(D_0(2)^4-D_i(2)^4);
I(3)=(pi./64)*(D_0(3)^4-D_i(3)^4);
sigma_1=M_0/(E(1)*I(1)+E(2)*I(2)+E(3)*I(3))*E(1)*r_1
sigma_2=M_0/(E(1)*I(1)+E(2)*I(2)+E(3)*I(3))*E(2)*r_2
sigma_3=M_0/(E(1)*I(1)+E(2)*I(2)+E(3)*I(3))*E(3)*r_3

```

### 8.3 Anexo C: Simulação para o caso 1 (tração pura de um duto sanduíche)

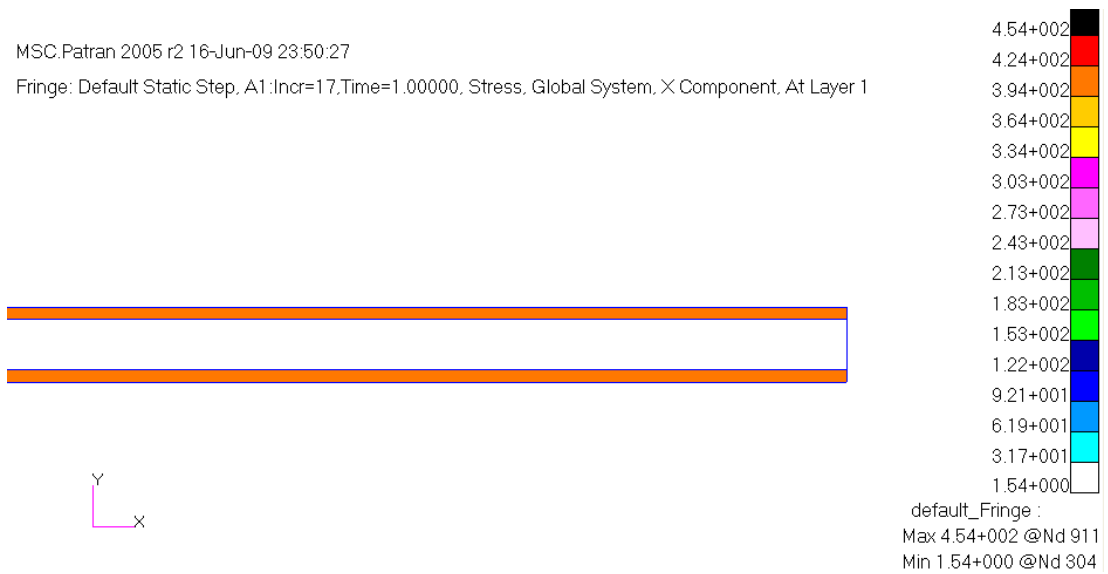


Figura 77: Tensão axial para tração pura

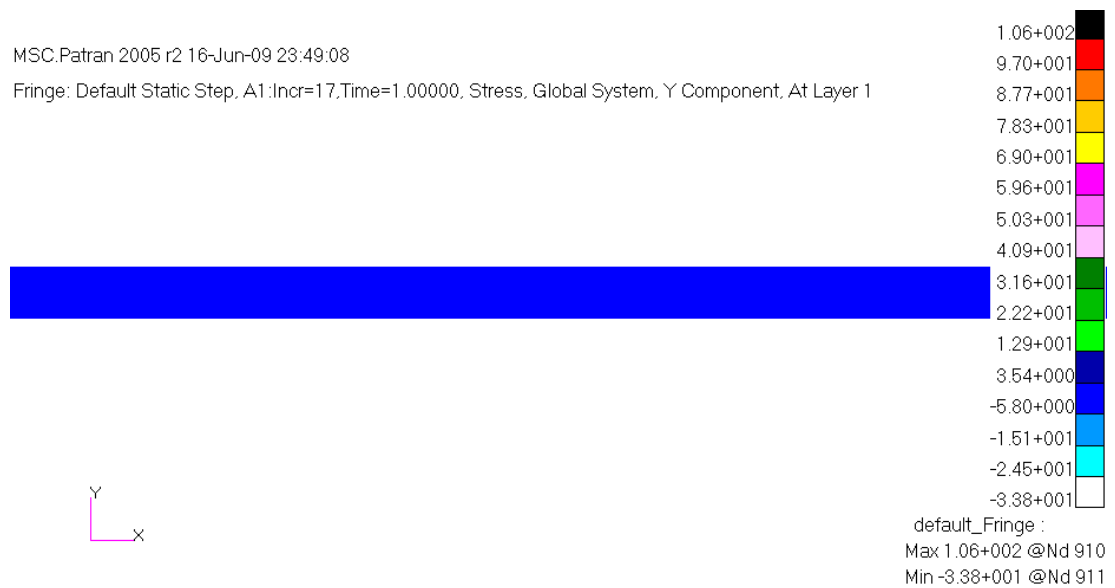


Figura 78: Tensão radial para tração pura

## 8.4 Anexo D: Simulação para o caso 2 (tração mais pressões sobre um duto sanduíche)

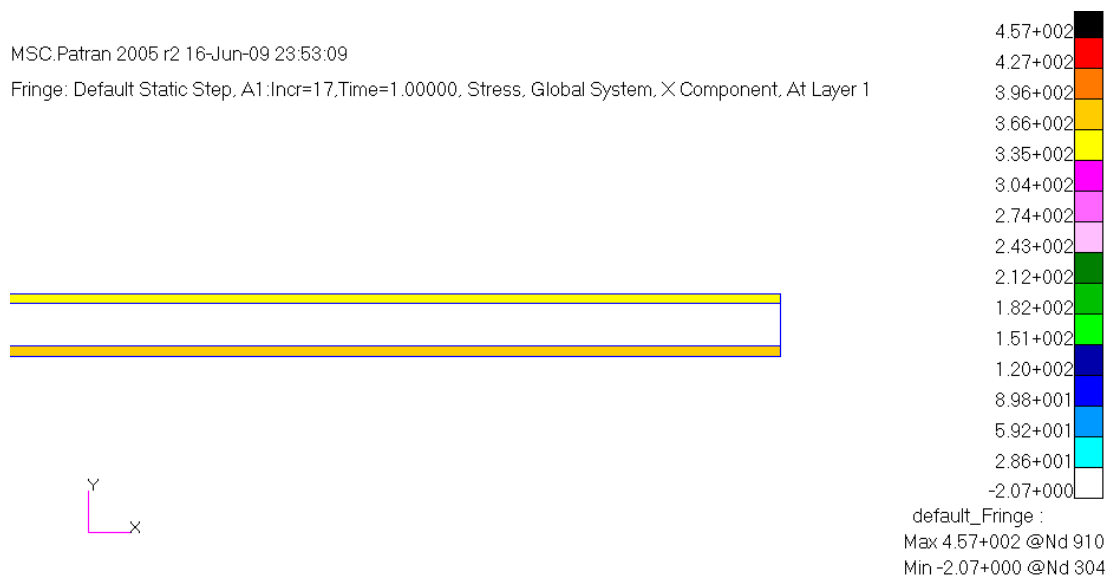


Figura 79:Tensão axial para tração mais pressões

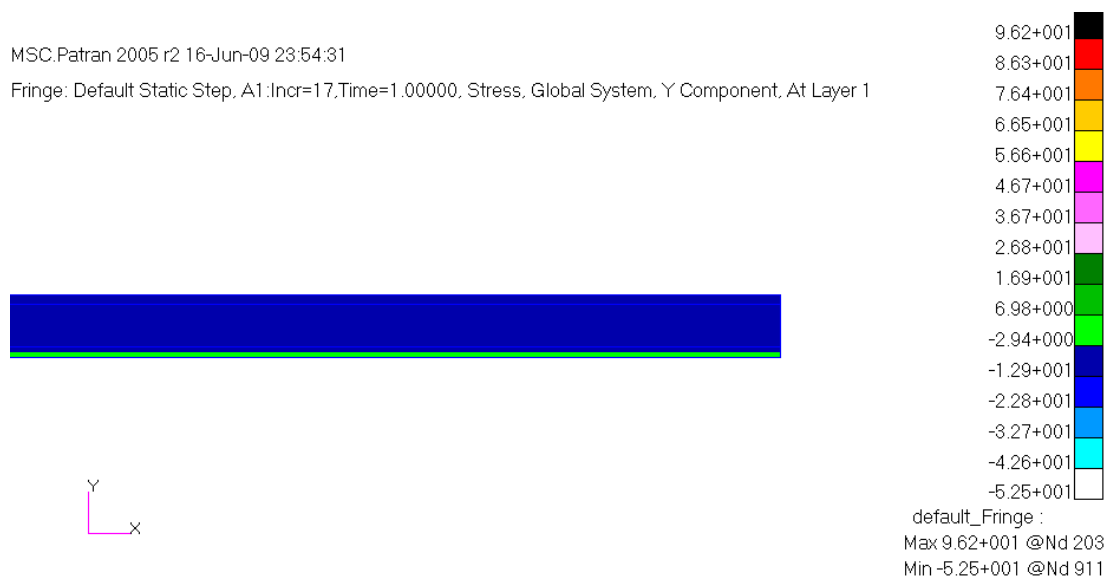


Figura 80: Tensão radial para tração mais pressões



## 8.5 Anexo E: Simulação para o caso 3 (flexão pura de um duto sanduíche)

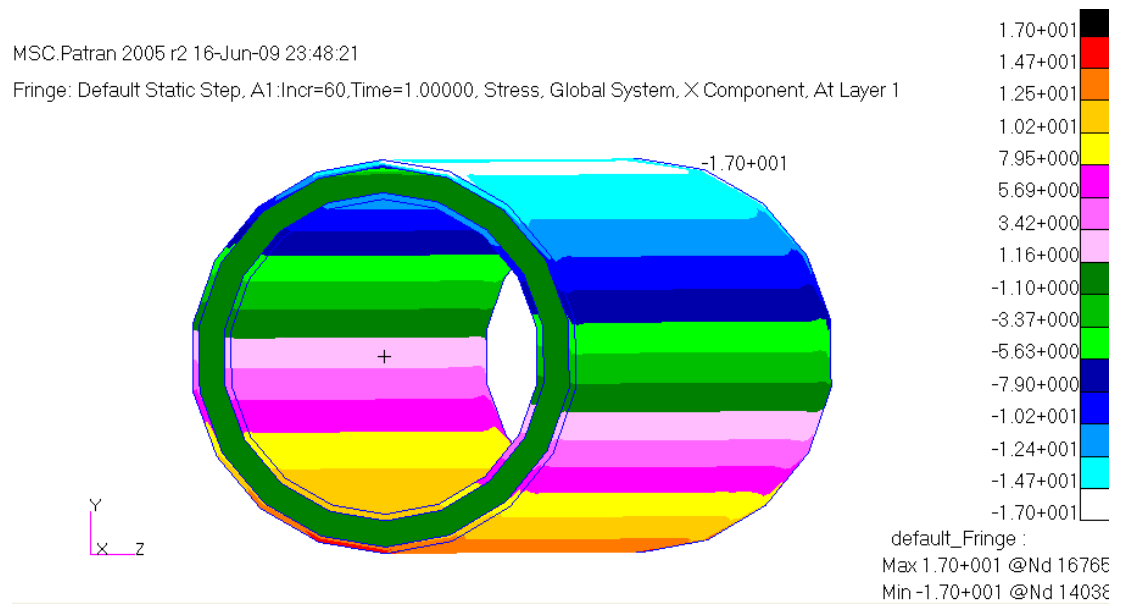


Figura 81: Tensão axial para flexão pura

## 8.6 Anexo F: Simulação para o caso 4 (flexão pura de mola com 5 espiras)

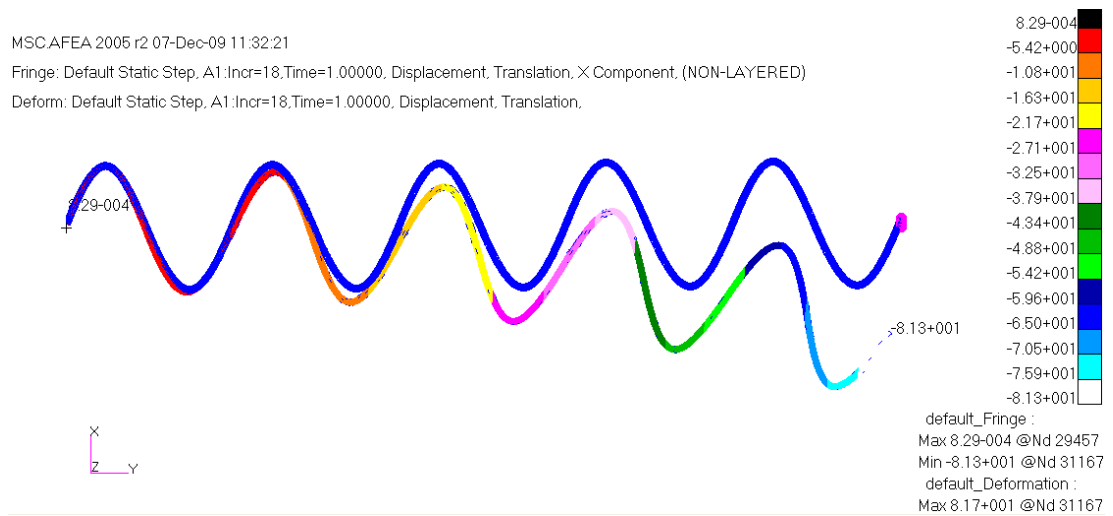


Figura 82: Deslocamento em y de mola com seção transversal circular ( $M= 1000 \text{ N.mm}$ )

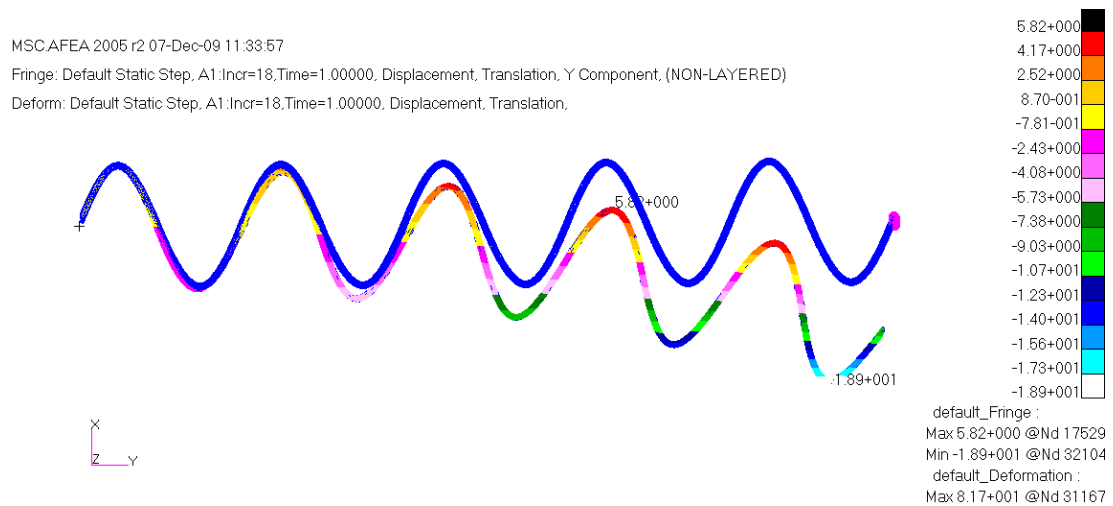


Figura 83: Deslocamento em x de mola com seção transversal circular ( $M= 1000 \text{ N.mm}$ )

## 8.7 Anexo G: Simulação para o caso 5 (flexão pura de mola com 10 espiras)

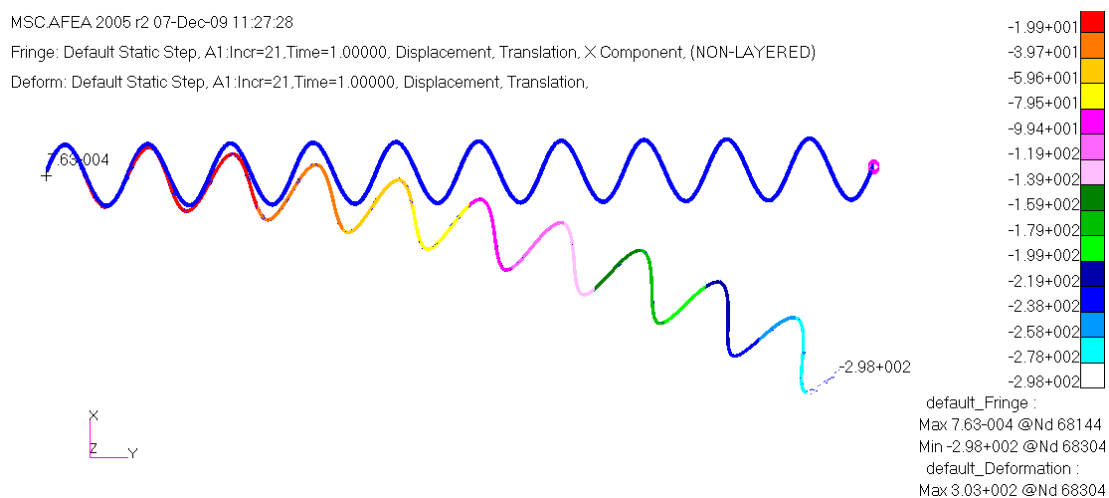


Figura 84: Deslocamento em y de mola com seção transversal circular ( $M= 1000 \text{ N.mm}$ )

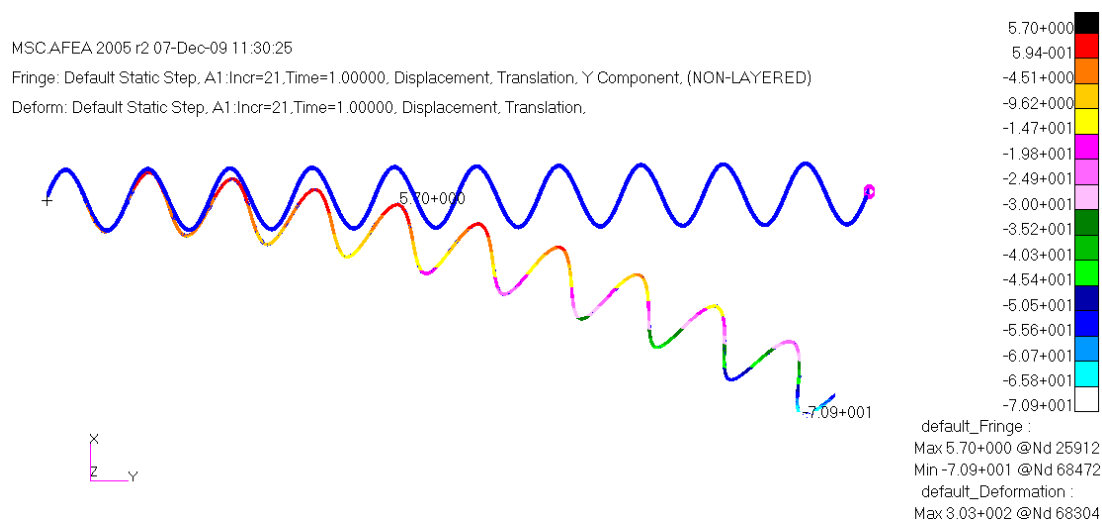


Figura 85: Deslocamento em x de mola com seção transversal circular ( $M= 1000 \text{ N.mm}$ )